

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 3 보다 크고 10 보다 작은 2 의 배수의 모임
- ② 5 보다 큰 5 의 배수의 모임
- ③ 4 보다 작은 짝수의 모임
- ④ 혈액형이 A 형인 학생들의 모임
- ⑤ 1 에 가까운 자연수의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 3\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $\{2\} \in A$

③ $\{2, 3\} \in A$

④ $\emptyset \in A$

⑤ $\{1, 3\} \subset A$

해설

① $3 \notin A$

② $\{2\} \subset A$ 또는 $2 \in A$

③ $\{2, 3\} \notin A$

④ $\emptyset \subset A$ 또는 $\emptyset \in A$

⑤ $\{1, 3\} \in A$ 또는 $\{\{1, 3\}\} \subset A$

3. 다음 중 부분집합의 개수가 32 개인 집합이 아닌 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$

④ $\{\text{선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

① $2^5 = 32$ (개)

② $2^5 = 32$ (개)

③ $2^4 = 16$ (개)

④ $2^5 = 32$ (개)

⑤ $2^5 = 32$ (개)

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 4, 8, 10\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?

- ① $\{3, 4, 6, 8\}$
- ② $\{3, 4, 6, 8, 10\}$
- ③ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
- ④ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 24\}$

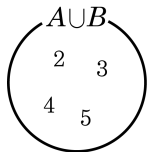
해설

$$A = \{3, 4, 8, 10\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 24\}$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{2, 3\}$ 이고 $A \cup B$ 는 다음 벤 다이어그램과 같다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능한 것은?



- ① $\emptyset$ ② $\{4\}$ ③ $\{4, 5\}$
④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설

$A = \{2, 3\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $\{4, 5\} \subset B \subset \{2, 3, 4, 5\}$ 이다.

6. $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ 이고 A, B 가 보기를 만족할 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

보기

$$\neg. A \cap B = \{3, 5\}$$

$$\neg. B - A = \{1\}$$

$$\neg. (A \cup B)^c = \{4\}$$

① $\{2\}$

② $\{3\}$

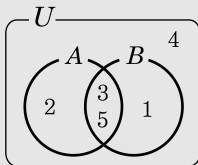
③ $\{2, 3\}$

④ $\{2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다. 따라서 A 의 부분집합인 것은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}$ 이다.



7. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$

② $P \cap Q = \emptyset$

③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참
따라서 $Q \subset P$

8. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

9. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$

② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$

③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$

⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} \text{ 이라 하면}$$

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

$$\text{따라서 } \therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$$

10. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

$$13 \geq (x + y)^2 \text{ 이므로}$$

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

$$\therefore x + y \text{의 최댓값은 } \sqrt{13}$$

11. 다음 중 참인 명제는?

- ① 직사각형은 마름모이다.
- ② 평행사변형은 직사각형이다.
- ③ 사다리꼴이면 정사각형이다.
- ④ 정삼각형이면 이등변삼각형이다.
- ⑤ 삼각형 ABC 가 직각삼각형이면 $\angle A = 90^\circ$ 이다.

해설

- ④ 이등변삼각형의 집합은 정삼각형의 집합을 포함하고 있으므로 참이다.

12. 명제 $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이면 a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.'의 대우는?

① $a = b = c$ 이면 $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이다.

② $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이면 a, b, c 가 모두 서로 다른 수이다.

③ a, b, c 가 모두 서로 다른 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.

④ a, b, c 가 모두 서로 같은 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.

⑤ $a \neq b \neq c$ 이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.

해설

‘ a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.’ 이면 ‘ $a = b$ 또는 $b = c$ 또는 $a = c$ ’ 이므로 이것의 부정은 ‘ $a \neq b$ 이고 $b \neq c$ 이고 $a \neq c$ ’ 이다. 즉, ‘ a, b, c 는 모두 서로 다른 수이다.’

또, $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 의 부정은 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이므로 주어진 명제의 대우는 ‘ a, b, c 가 모두 서로 다른 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.’

13. 다음 중 p 가 q 이기 위한 무슨 조건인지 차례대로 바르게 적은 것은?

(가) $p : a + b$, ab 가 정수, $q : a, b$ 가 모두 정수

(나) $p : a + b$, ab 가 유리수, $q : a, b$ 가 모두 유리수

(다) $p : |a + b| < |a - b|$, $q : a < 0$ 또는 $b < 0$

① (가) 필요, (나) 필요, (다) 필요충분

② (가) 필요, (나) 충분, (다) 필요충분

③ (가) 필요, (나) 필요충분, (다) 충분

④ (가) 충분, (나) 필요충분, (다) 필요

⑤ (가) 충분, (나) 필요, (다) 필요충분

해설

(가)는 $q \rightarrow p$ 가 성립하므로 필요조건이다.

(나) 역시 $q \rightarrow p$ 만 성립하므로 필요조건이다.

(다)는 $p \leftrightarrow q$ 가 성립하므로 필요충분조건이다.

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 작은 자연수}\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분 집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 16 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^k = 16 = 2^4 \quad \therefore k = 4$$

B 의 원소의 개수가 4 개 이므로, 집합 A 의 부분집합의 수는 4 개이다.

$$2^{(n \text{보다 작은 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

15. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 41 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 4$, $n(B^c) = 7$, $n(A^c \cap B^c) = 4$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$n(U) = 13$ 이므로

$n(B) = n(U) - n(B^c) = 6$

$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 4$

$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 4$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서

$n(A - B) = 13 - (6 + 4) = 3$ 이다.

