

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2

④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

	2	-1	-6	-1	2
-1		-2	3	3	-2
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

3. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

4. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

5. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면

다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

$\therefore$ ①이 조건에 맞다

6. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

9. 방정식 $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 와 y 의 곱은?

① -2

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 10

해설

$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 에서

$$(x^2 - 4xy + 4y^2) + (x^2 - 8x + 16) = 0,$$

$$(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 = 0$$

$$x = 2y, x = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2 \quad \therefore xy = 8$$

10. 다음 그림의 격자점 중 $xy + x - 2y - 2 = 3$ 을 만족시키는 점은 모두 몇 개인가?

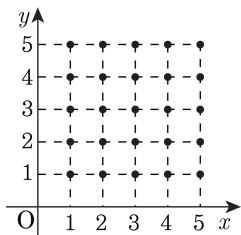
① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개



해설

$$\begin{aligned} xy + x - 2y - 2 &= x(y + 1) - 2(y + 1) \\ &= (x - 2)(y + 1) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$(x - 2)(y + 1) = 3$ 에서 문제의 x, y 는

- i) $x - 2 = 1, y + 1 = 3$ 일 때, $x = 3, y = 2$
- ii) $x - 2 = 3, y + 1 = 1$ 일 때, $x = 5, y = 0$
- iii) $x - 2 = -1, y + 1 = -3$ 일 때, $x = 1, y = -4$
- iv) $x - 2 = -3, y + 1 = -1$ 일 때,
 $x = -1, y = -2$

x, y 는 자연수이므로 조건을 만족시키는 점은 $(3, 2)$ 뿐이다.

11. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a 는 -10 이상 -2 이하이다.

② a 는 -2 이상 6 이하이다.

③ a 는 6 이상이다.

④ a 는 0 이하이다.

⑤ a 는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β 라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서 a 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$

12. x 에 관한 삼차방정식 $kx^3 + (1-2k)x^2 + (k-2)x - 2k = 0$ 의 근이 모두 실수가 되기 위한 실수 k 의 범위를 구하면?

① $0 < k \leq \frac{1}{2}$

② $0 < k \leq 1$

③ $-\frac{1}{2} < k \leq 0$

④ $-\frac{1}{2} < k \leq \frac{1}{2}$

⑤ $0 < |k| \leq \frac{1}{2}$

해설

준식 = $(x-2)(kx^2 + x + k) = 0$ 에서
 $kx^2 + x + k = 0$ 이 실근이어야하므로

$$D = 1 - 4k^2 \geq 0,$$

$$k \neq 0 \text{ 이므로 } 0 < |k| \leq \frac{1}{2}$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=xy \\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=0 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값은?

(단, $xy \neq 0$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0 \text{ 에서}$$

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \text{ 이므로}$$

$x+y=u$, $xy=v$ 라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{u^2-2v}{v}=0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v} = \frac{v(v-2)}{v} = 0$$

$$\therefore v=0 \text{ 또는 } v=2$$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy \neq 0$ 이므로 $v=2$ 이다.

따라서, ㉠에서 $u=v=2$ 이므로

$$x+y=2$$

14. 두 이차방정식 $3x^2 - (k+1)x + 4k = 0$, $3x^2 + (2k-1)x + k = 0$ 이
단 하나의 공통인 근 α 를 가질 때, $3k + \alpha$ 의 값은? (단, k 는 실수인
상수)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

공통근이 α 이므로

$$3\alpha^2 - (k+1)\alpha + 4k = 0$$

$$3\alpha^2 + (2k-1)\alpha + k = 0$$

두 식을 변변끼리 빼면 $3k(\alpha - 1) = 0$

$$k = 0 \text{ 또는 } \alpha = 1$$

$k = 0$ 이면 두 식이 같아지므로

조건에 맞지 않는다.

$\therefore \alpha = 1$ 을 대입하면

$$3 - (k+1) + 4k = 0, \quad k = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore 3k + \alpha = -1$$

15. 방정식 $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 ω 라 할 때, $\omega^2 + \omega^4 + \omega^5 + \omega^6 + \omega^8$ 의 값을 구하면?

① $-i$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ i

해설

준 방정식의 양변에 $x - 1$ 을 곱하면

$$x^5 - 1 = 0$$

$$\therefore x^5 = 1 \text{ 즉, } \omega^5 = 1$$

$$\therefore \omega^2 + \omega^4 + \omega^5 + \omega^6 + \omega^8$$

$$= \omega^2 + \omega^4 + 1 + \omega + \omega^3$$

$$= 1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 = 0$$