

1. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

① 10

② 15

③ 19

④ 21

⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

$\therefore x^2$ 의 계수는 $19 + 6 = 25$

2. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,

$$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 2^5 = 32$$

3. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

① -33

② -22

③ -11

④ 11

⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로

$$f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$$

4. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

5. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$ 의 값은?

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-3 = -b \quad \therefore b = 3$

$\therefore 2ab = -6$

6. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b\end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

7. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9

② 4

③ -9

④ -3

⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

8. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8		← c
	↑			
	a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

9. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
 $= x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

10. 등식 $(2k + 1)y - (k + 3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

11. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가 $14x - 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$$

$$= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$$

$x = 4$, $x = -3$ 을 각각 대입하면

$$16a + 4b + 67 = 47 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9a - 3b - 24 = -51 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 3$

$$\therefore a + b = 1$$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $-x + 4$ 이다. 다항식 $f(x+1)$ 을 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $-x + 3$

③ $x - 1$

④ $2x$

⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned} f(x+1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는 $-x + 3$

13. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면

즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\therefore x^5 - 5x = -3$$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$x^2 = -x + 1$$

$$x^5 - 5x = (x^2)^2 \times x - 5x$$

$$= x(-x + 1)^2 - 5x$$

$$= x^3 - 2x^2 - 4x$$

$$= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x$$

$$= -x^2 - x - 2$$

$$= -(x^2 + x) - 2$$

$$= -1 - 2 = -3$$

14. $2^{16} - 1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 임을 이용하여 $2^{16} - 1$ 을 인수분해하면

$$2^{16} - 1 = (2^8)^2 - 1^2$$

$$= (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3$$

따라서 $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

15. $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 이고 $abc = 1$ 일 때, $(a^3 + b^3 + c^3)^2$ 의 값을 계산하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= (a + b + c) \times 0 + 3abc = 0 + 3 \cdot (1) = 3 \\ &\therefore (a^3 + b^3 + c^3)^2 = 9 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \quad a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0 \\ & \frac{1}{2} (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} = 0 \\ & \therefore a = b = c \rightarrow abc = a^3 = b^3 = c^3 = 1 \\ & (a^3 + b^3 + c^3)^2 = (1 + 1 + 1)^2 = 9 \end{aligned}$$