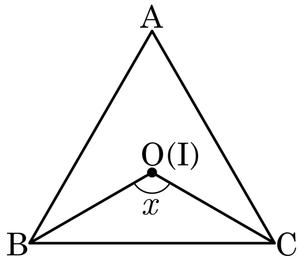
1. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



> $\triangle$ABC 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle$ABC 는 (   ) 이고, $\angle$BOC = (   )° 이다.

① 직각삼각형, 90
② 직각삼각형, 120
③ 이등변삼각형, 60
④ 정삼각형, 90
⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle$ABC 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle$ABC 는 정삼각형이다.
$\angle A = 60°$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.
따라서 $x = 120°$ 이다.

2. 다음 중 평행사변형의 정의인 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 다른 사각형이다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이다.

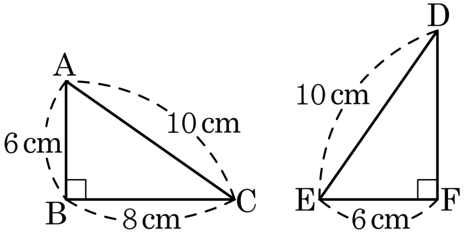
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않는 사각형이다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형이다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

3. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



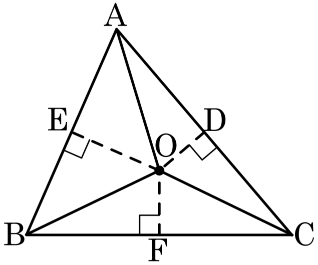
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

4. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$

② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$

③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$

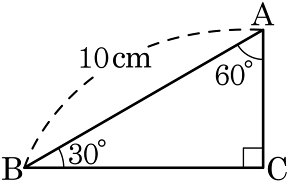
④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

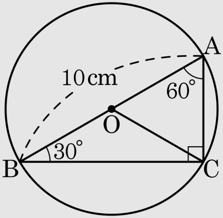
5. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=10\mathrm{cm}$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

외심원 O를 그리면



$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{OB}=5\mathrm{cm}$

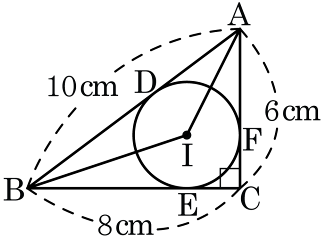
$\triangle AOC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이고,

$\angle A=60°$이므로

$\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AC}=5(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2

④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

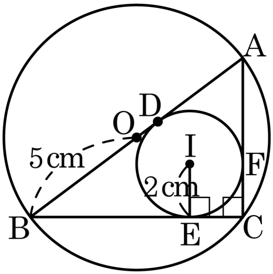
내접원의 반지름을 r 이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6 = \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6) = 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

7. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 $\triangle$ABC 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm 이고 점 D, E, F 는 접점일 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB 의 중점이 외심이므로 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이다.

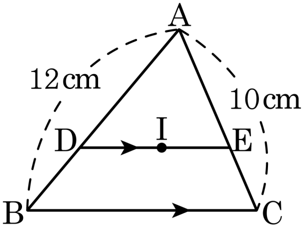
$\overline{\text{AD}} = \overline{\text{AF}} = a\text{cm}$ 라 하면

$\overline{\text{BD}} = \overline{\text{BE}} = (10 - a)\text{cm}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}\triangle\text{ABC} &= \frac{1}{2} \times \overline{\text{IE}} \times (\overline{\text{AB}} + \overline{\text{BC}} + \overline{\text{AC}}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2)\text{이다.}\end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

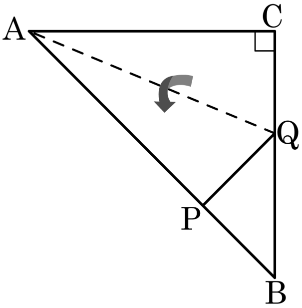


① 20cm　② 21cm　③ 22cm　④ 23cm　⑤ 24cm

해설

$$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{EA}$$
$$=\overline{AB}+\overline{AC}$$
$$=12+10=22(\mathrm{cm})$$

9. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



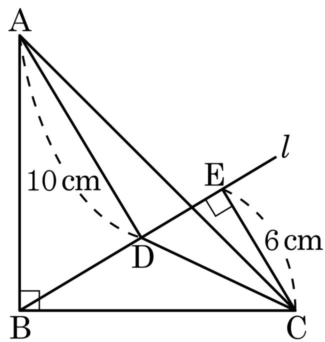
① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$
② $\overline{AP} = \overline{AC}$
③ $\angle PAQ = \angle CAQ$
④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$
⑤ $\angle APQ = 90°$

해설

종이를 접은 모양이므로

$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90°$

10. 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 24cm^2 ③ 30cm^2
④ 60cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

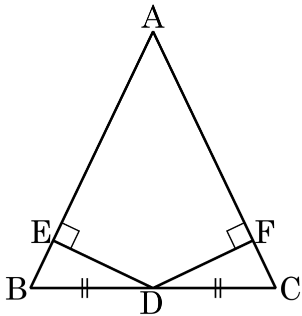
$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$

직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.

삼각형 CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EB} = \overline{FC}$

② $\angle EBD = \angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

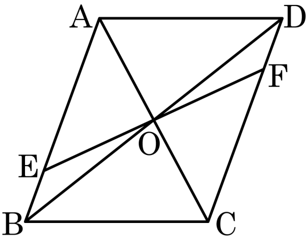
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6　② 18　③ 24　④ 48　⑤ 96

해설

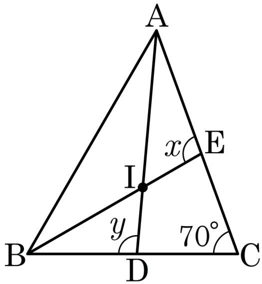
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3}\triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

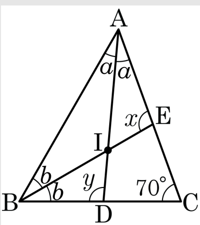
13. 다음 그림의$\triangle$ABC 에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\angle$C $= 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175° ② 185° ③ 195° ④ 205° ⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle$IAB $=$ $\angle$IAC $= \angle a$, $\angle$IBA $=$ $\angle$IBC $= \angle b$ 라 하면

$\triangle$ABC 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 55°$

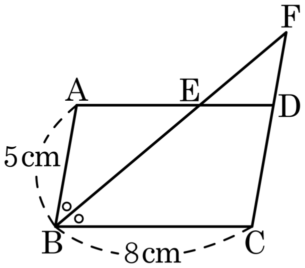
$\triangle$BCE 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, $\triangle$ADC 에서

$\angle y = \angle a + 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$

$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면 ?



① 3cm　　② 5cm　　③ 7cm　　④ 9cm　　⑤ 11cm

해설

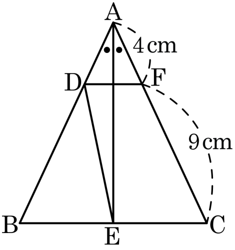
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle FBC = \angle AFB$ 가 되어 $\triangle ABF$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AF} = 5(\text{cm})$,

$\overline{FD} = \overline{AD} - \overline{AF} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CE}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$, $\angle AFB = \angle EFD$ 이므로 $\angle DFE = \angle DEF$ 이다.

따라서 $\triangle DEF$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF} = 3(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 4cm ② 5cm ③ 8cm

④ 9cm ⑤ 13cm

해설

$\overline{DF} /\!/ \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{FC}$ 이므로 □DECF 는 평행사변형이다.

$\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$

$\therefore$ $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{AD} = \overline{DE} = 9$ (cm)