1. 식 $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{48} \times \sqrt[3]{8}$의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{48} \times \sqrt[3]{8} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 8$$

2. $\sqrt[4]{4+\sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$을 간단히 하면?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$\sqrt[4]{4+\sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$$

$$= \sqrt{\sqrt{\frac{8+2\sqrt{15}}{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$$

$$= \frac{\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$$

$$= \frac{\sqrt{5-3}}{\sqrt[4]{2}} \times \sqrt[4]{8} = \sqrt{2} \times \sqrt[4]{\frac{8}{2}}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

3. 다음 식을 간단히 하면?(단, $a > 0$)

$$(a^5)^2 \div (a^2)^{-4}$$

① a^3 ② a^{18} ③ a^{21} ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{a^6}$

해설

$(a^5)^2 \div (a^2)^{-4} = a^{10} \div a^{-8}$

$= a^{10-(-8)} = a^{18}$

4. $a = 5 \times 729^x$ 일 때, 27^x을 a에 관한 식으로 나타내면?

① $\left(\dfrac{a}{5}\right)^{\frac{1}{4}}$ ② $\left(\dfrac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ ③ $\left(\dfrac{a}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$

④ $\left(\dfrac{a}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $\left(\dfrac{a}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

해설

$$a = 5 \times 729^x = 5 \times (3^6)^x = 5 \times 3^{6x}$$

$$\frac{a}{5} = 3^{6x} = (3^{3x})^2$$

$$\therefore\ 3^{3x} = \left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore\ 27^x = 3^{3x} = \left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

5. $2^x = 3^y = 6^z$ 일 때, $6^{\frac{z}{x}-\frac{z}{y}}$ 의 값은?(단, $x > 0,\ y > 0,\ z > 0$)

① -1 ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$2^x = 3^y = 6^z$ 에서

$2^x = 6^z,\ (2^x)^{\frac{1}{x}} = (6^z)^{\frac{1}{x}} \quad \therefore\ 6^{\frac{z}{x}} = 2$

$3^y = 6^z,\ (3^y)^{\frac{1}{y}} = (6^z)^{\frac{1}{y}} \quad \therefore\ 6^{\frac{z}{y}} = 3$

$$\therefore\ 6^{\frac{z}{x}-\frac{z}{y}} = 6^{\frac{z}{x}} \div 6^{\frac{z}{y}} = 2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

6. $\log_x 9 = \dfrac{2}{3}$ 를 만족하는 x의 값은?

① 3 ② 9 ③ 27 ④ 30 ⑤ $\dfrac{2}{3}$

해설

$\log_x 9 = \dfrac{2}{3}$ 에서 $x^{\frac{2}{3}} = 9$

양변을 $\dfrac{3}{2}$ 제곱하면 $(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = 9^{\frac{3}{2}}$

$\therefore\ x = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 27$

7. $\log_4 2 + \log_8 4 - \log_{16} 8$의 값은?

① $-\dfrac{1}{12}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{12}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{5}{12}$

해설

$$\log_{2^2} 2 + \log_{2^3} 2^2 - \log_{2^4} 2^3$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{6+8-9}{12}$$
$$= \frac{5}{12}$$

8. $\log_2 7$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $3^a + 2^b$의 값은?(단, $0 \le b < 1$)

① $\frac{41}{4}$ ② $\frac{43}{4}$ ③ $\frac{45}{4}$ ④ $\frac{47}{4}$ ⑤ $\frac{49}{4}$

해설

밑이 1보다 크면 진수가 클수록 로그 값도 크므로

$\log_2 4 < \log_2 7 < \log_2 8$

$\therefore\ 2 < \log_2 7 < 3$

따라서, $\log_2 7$의 정수부분 $a = 2$,

정수 부분이 2이므로 소수 부분은

$$b = \log_2 7 - 2 = \log_2 7 - \log_2 4 = \log_2 \frac{7}{4}$$

$$\therefore\ 3^a + 2^b = 3^2 + 2^{\log_2 \frac{7}{4}} = 9 + \frac{7}{4} = \frac{43}{4}$$

9. a, x, y가 양의 실수이고 $A = \log_a x^2 - \log_a y^3$, $B = \log_a y^2 - \log_a x^3$ 일 때, 다음 중 $2A + 3B$와 같은 것은?(단, $a \neq 1$)

① $\log_a \dfrac{1}{x^5}$ ② $\log_a \dfrac{1}{y^5}$ ③ $\log_a \dfrac{1}{xy}$

④ $\log_a \dfrac{x^5}{y^5}$ ⑤ $\log_a \dfrac{x^5}{y^7}$

해설

$$A = \log_a x^2 - \log_a y^3 = 2\log_a x - 3\log_a y$$

$$B = \log_a y^2 - \log_a x^3 = 2\log_a y - 3\log_a x$$

$$\begin{aligned} \therefore 2A + 3B &= 2(2\log_a x - 3\log_a y) + 3(2\log_a x - 3\log_a x) \\ &= -5\log_a x = \log_a x^{-5} = \log_a \frac{1}{x^5} \end{aligned}$$

10. 1이 아닌 양수 p와 세 양수 x, y, z에 대하여 $\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z = -3$가 성립할 때, xyz의 값은?

① $\dfrac{1}{p^3}$ ② $\dfrac{1}{2p}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $2p$ ⑤ p^2

해설

$\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z$

$= \log_p x + \dfrac{2}{2}\log_p y + \dfrac{3}{3}\log_p z$

$= \log_p xyz = -3$

$\therefore xyz = p^{-3} = \dfrac{1}{p^3}$

11. $\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 일 때, 양수 A 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

수	0	1	2	3	4	5
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5326	.5250
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378
3.5	.5441	.5435	.5465	.5478	.5490	.5502

① 0.3020　② 0.355　③ 1.35
④ 2.30　⑤ 2.33

해설

$\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 에서
$\log 31.4 + \log A = 1.0471$
$\log A = 1.0471 - \log 31.4$
$= 1.0471 - (1 + \log 3.14)$
$= 1.0471 - (1 + 0.4969)$($\because$ 로그표에서 $\log 3.14 = 0.4969$)
$= -0.4498$
$= -1 + 0.5502$
그런데 주어진 로그표에서 $\log 3.55 = 0.5502$ 이므로 $A = 0.355$ 이다.

12. 양수 A 에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

① 정수 부분 : -1, 소수 부분 : 0.659

② 정수 부분 : -2, 소수 부분 : 0.341

③ 정수 부분 : -2, 소수 부분 : 0.659

④ 정수 부분 : -3, 소수 부분 : 0.341

⑤ 정수 부분 : -3, 소수 부분 : 0.659

해설

$-2.341 = -2 - 0.341 = (-2-1) + (1-0.341)$

$= -3 + 0.659$

따라서 정수 부분은 -3, 소수 부분은 0.659 이다.

13. $\log 4.02 = 0.6042$ 일 때, $\log 4020^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36, 0.042

해설

$\log 4020^{10} = 10\log 4020$

$= 10\log(4.02 \times 1000)$

$= 10(\log 4.02 + \log 1000)$

$= 10(0.6042 + 3)$

$= 10 \times 3.6042 = 36.042$

14. 어느 비행센터에서는 대기압을 x(mmHg), 외부온도를 t(°C)로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도 h(m)는 다음과 같은 관계식으로 정해진다고 한다.

$$h = (30t + 8000)\log\frac{760}{x}$$

대기압을 15.2mmHg, 외부온도를 −30°C 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도가 am이다. 이때, a의 값은? (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

① 11070 ② 12070 ③ 13070
④ 14070 ⑤ 15070

해설

$h = a,\ t = -30,\ x = 15.2$이므로

$$a = \{30\times(-30) + 8000\}\log\frac{760}{15.2}$$

$$= 7100\log 50 = 7100(\log 100 - \log 2)$$

$$= 7100 \times 1.7 = 12070(\text{m})$$

15. 정부에서는 흡연률과 간접흡연의 피해를 줄이고 청소년 흡연예방 등을 위해 담배 가격을 지속적으로 인상하려고 한다. 만약 정부가 담배 가격을 매년 일정한 시기에 바로 이전 연도 보다 15% 씩 올리기로 한다면, 현재 가격의 세 배 이상이 되는 것은 최소 n 년이 경과해야 하는지를 아래 상용로그표를 이용하여 구하면? (단, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 이다.)

< 상용로그표 >

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

현재 가격을 a 라 하고, n 년후 처음으로 3 배 이상이 된다고 하면 $a(1+0.15)^n \geq 3a$,

$n \log 1.15 \geq \log 3$

$$n \geq \frac{\log 3}{\log 1.15} = \frac{0.4771}{0.0607} = 7.8\times\times\times$$

8 년 후 처음으로 3 배 이상이 된다.