1. 유리식 $\dfrac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$을 간단히 하면? (단, $a \neq b$)

① $\dfrac{a+b}{a-b}$ ② $\dfrac{a-b}{a+b}$ ③ $\dfrac{a}{a+b}$ ④ $\dfrac{a}{a-b}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}=\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)^2}=\frac{a+b}{a-b}$$

2. 유리식 $\dfrac{x^2+5x}{x^2-x-2} \div \dfrac{x^2+3x-10}{x^2-4x+4}$ 을 간단히 하면?

① $\dfrac{x+1}{x}$ ② $\dfrac{x}{x-1}$ ③ $\dfrac{x}{x+1}$ ④ $\dfrac{x-1}{x}$ ⑤ $\dfrac{x-1}{x+1}$

해설

$$\begin{aligned}&\frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \div \frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)^2}\\ &= \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x-2)^2}{(x+5)(x-2)}\\ &= \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

3. 분수식 $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① $-\dfrac{1}{x+1}$ ② $\dfrac{x+1}{x}$ ③ $\dfrac{x}{x-1}$
④ $\dfrac{x-1}{x}$ ⑤ $\dfrac{x-1}{x+1}$

해설

$$\frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

4. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\dfrac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5,\ x = 4k, y = 5k(k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

5. 어떤 수 x의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

① $2x+\frac{1}{2}$ ② $x+\frac{1}{2}$ ③ $2x+2$

④ $2x+4$ ⑤ $2x+16$

해설

$$\frac{8x+2}{4}=2x+\frac{1}{2}$$

6. 함수 $y = \dfrac{2}{x+3} - 4$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$일 때, $a - b$의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3$, $y = -4$이므로 $a - b = 1$

7. $x^2 \neq 4$인 모든 실수 x에 대하여 $\dfrac{x+6}{x^2-4} = \dfrac{a}{x+2} - \dfrac{b}{x-2}$을 만족시키는 상수 a와 b가 있다. 이때, $a+b$의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\dfrac{x+6}{x^2-4} = \dfrac{a}{x+2} - \dfrac{b}{x-2}$의 우변을 통분하여 계산하면

$$\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} = \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4}$$
$$= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}$$

따라서 $a-b=1,\ -2(a+b)=6$

$\therefore\ a=-1,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=-1-2=-3$

8. $x^2-3x+1=0$에서 $x^2+\frac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$x-3+\frac{1}{x}=0,\ x+\frac{1}{x}=3$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$

9. $3x = 2y \neq 0$ 일 때, $\dfrac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\dfrac{5}{12}$ ② $\dfrac{12}{5}$ ③ $\dfrac{7}{12}$ ④ $\dfrac{12}{7}$ ⑤ $\dfrac{10}{3}$

해설

$3x = 2y \neq 0$ 에서 $x : y = 2 : 3$

따라서 $x = 2k,\ y = 3k\ (k \neq 0)$ 로 놓으면

$$\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k}$$

$$= \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5}$$

10. $\frac{x}{5}=\frac{y+4z}{2}=\frac{z}{3}=\frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A=-25$

해설

$$\frac{-x+2(y+4z)-8\times z}{-5+2\times 2-8\times 3}$$
$$=\frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24}=\frac{-x+2y}{-25}$$
$$\therefore A=-25$$

11. 함수 $y=\dfrac{bx+2}{ax-1}$ 의 정의역은 $x\neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y\neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

정의역은 $x\neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y\neq 2$ 인 모든 실수이므로,

$a=1,\ b=2$ 이다.

$\therefore a+b=1+2=3$

12. 함수 $y=\dfrac{x+3}{x-3}$ 은 $y=\dfrac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y=\dfrac{x+3}{x-3}=1+\dfrac{6}{x-3}$

$y=\dfrac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m=3,\ n=1$

$m+n=4$

13. 함수$y=\dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3,-2)$ 를 지날 때, 상수 a,b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$f(x)=\dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점$(3,-2)$ 를 지나므로 $f(3)=-2$

$\Rightarrow -2=3a+b\cdots①$

또, 이 함수의 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 가 점 $(3,-2)$ 을 지나므로

$f^{-1}(3)=-2\Rightarrow f(-2)=3$

$\Rightarrow 3=\dfrac{-2a+b}{-4}$

$\Rightarrow -2a+b=-12\cdots②$

①, ② 에서 $a=2,b=-8$

$\therefore a+b=-6$

14. 분수식 $\dfrac{x^2}{(x-y)(x-z)}+\dfrac{y^2}{(y-x)(y-z)}+\dfrac{z^2}{(z-x)(z-y)}$를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y)+y^2(z-x)+z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \cdots ①$$

①에서 분자를 x에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned}
&x^2(z-y)+y^2(z-x)+z^2(y-x)\\
&=(z-y)x^2-(z^2-y^2)x+yz^2-y^2z\\
&=(z-y)x^2-(z+y)(z-y)x+zy(z-y)\\
&=(z-y)\{x^2-(z+y)x+zy\}\\
&=(z-y)(x-z)(x-y)=(x-y)(y-z)(z-x)
\end{aligned}$$

$\therefore$ (준식) $=\dfrac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)}=1$

15. 함수 $y=\dfrac{-2x}{x+3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x=-3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y=-2$ 이다.

③ 함수 $y=\dfrac{6}{x}-2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x축, y축을 모두 지난다.

⑤ 함수 $y=\dfrac{6}{x+3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y=\dfrac{-2x}{x+3}=\dfrac{-2(x+3)+6}{x+3}=\dfrac{6}{x+3}-2$

그러므로 함수의 점근선은 $x=-3,\ y=-2$이고

$y=\dfrac{6}{x}$의 그래프를 x축 방향으로 -3만큼,

y축 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프이다.

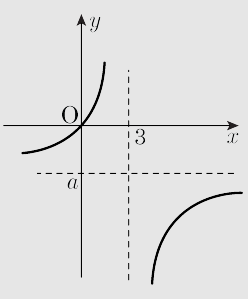
따라서 설명 중 틀린 것은 ③이다.

16. $0 \le x \le 2$에서, 유리함수 $y = \dfrac{-9}{x-3} + a$의 최솟값이 0이다. a의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

점근선이 $x = 3$, $y = a$이고,
$0 \le x \le 2$에서 최솟값이 0이므로
점 $(0, 0)$을 지난다.



$0 = \dfrac{-9}{0-3} + a$

$\therefore\ a = -3$

17. $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{x-2}{x+2}$ 일 때, $f(2)$의 값은?

① -5 ② -3 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{x-2}{x+2}$ 일 때,

$\frac{x-1}{x+1}=2$ 에서 $(x-1)=2(x+1)$

$x-1=2x+2$

$\therefore\ x=-3$

이것을 주어진 식에 대입하면

$f(2)=\frac{-3-2}{-3+2}=\frac{-5}{-1}=5$

18. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\dfrac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}}+\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}$의 값은?

① $\dfrac{6-\sqrt{6}}{6}$　② $\dfrac{\sqrt{5}-1}{12}$　③ $\dfrac{10-\sqrt{2}}{20}$

④ $\dfrac{16-\sqrt{5}}{30}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{30}-1}{2}$

해설

$\sqrt{2}=\sqrt{1}\times\sqrt{2}$, $\sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}$, …, $\sqrt{30}=\sqrt{5}\times\sqrt{6}$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned}
&\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}\\
&=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4}\times\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5}\times\sqrt{4}}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}\\
&=\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}\right)\\
&\quad+\left(\frac{1}{\sqrt{4}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)\\
&=1-\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}}=\frac{6-\sqrt{6}}{6}
\end{aligned}$$

19. 함수 $y = \dfrac{1}{x+2} + 2$의 그래프가 $y = ax + b,\ y = cx + d$에 대하여 대칭이 될 때, $a + b + c + d$의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

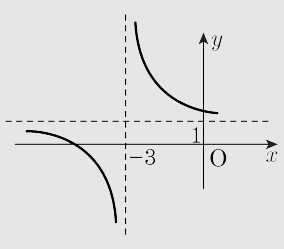
점근선의 교점이 $(-2,\ 2)$이므로
두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = cx + d$에 대하여
대칭이 되려면 $a = 1,\ c = -1$
따라서 $y - 2 = x + 2$ 또는 $y - 2 = -(x + 2)$
$\therefore\ y = x + 4$ 또는 $y = -x$
$\therefore\ b = 4,\ d = 0$
$\therefore\ a + b + c + d = 4$

20. 다음 중 함수 $y=\dfrac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제a사분면을 지나지 않고, 점 $(0,\ b)$를 지난다고 할 때, $a-b$의 값은?

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$y=\dfrac{x+3+3}{x+3}=1+\dfrac{3}{x+3}$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore\ a=4$

$x=0$일 때 $y=\dfrac{6}{3}=2$, $\therefore\ b=2$

$\therefore\ a-b=4-2=2$