

1. 두 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 과 $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 근을 고르면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$(x + 3)(x - 5) = 0, x = -3, 5$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0, x = -3, 3$$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 -3 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + ax + a - 1 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 a 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + a - 1$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

$$\therefore \left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = a - 1, \frac{a^2}{4} = a - 1$$

$$a^2 - 4a + 4 = 0, (a - 2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3. 다음 이차방정식을 풀어라.

$$2x(x+3) = x^2 - 1$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-3 + 2\sqrt{2}$

▷ 정답: $-3 - 2\sqrt{2}$

해설

$$2x^2 + 6x = x^2 - 1$$

$$x^2 + 6x + 1 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-1}}{1} = -3 \pm \sqrt{8} = -3 \pm 2\sqrt{2} \text{이다.}$$

4. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

5. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$-x^2 + 2x + 8 = 0$ 에서 두 근의 합은 2 이다.

$x = 2$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근이므로

$$2^2 - 2 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 0$$

6. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 -4 이고, 다른 한 근이 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = -4$ 를 $x^2 + x + a = 0$ 에 대입하면

$16 - 4 + a = 0$, $a = -12$ 이다.

$x^2 + x - 12 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$

$x = 3$ 을 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 에 대입하면

$b = -16$ 이다.

$\therefore a - b = -12 + 16 = 4$

7. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$

② $x^2 + 4x = 0$

③ $2x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{2}, x = -2$ 일 때 성립한다.

8. 다음 이차방정식의 두 근을 a, b 라고 할 때, $3a - 2b$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > b$)

$$(2x - 3)^2 = (2x + 1)(x - 9) + 25$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

전개해서 정리하면

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{7}{2} \text{ 또는 } 1$$

따라서 $a = 1, b = -\frac{7}{2}$ 이므로

$$3a - 2b = 3 \times 1 - 2 \times \left(-\frac{7}{2}\right) = 3 + 7 = 10 \text{ 이다.}$$

9. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

따라서 주어진 방정식은 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$

양변에 10 을 곱하고 정리하면 $x^2 - 4x - 45 = 0$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$x = -5$ 또는 $x = 9$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

10. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

11. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$

$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$

$3(x-1)^2 = 8$

$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$

12. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $b = 0$ 이면 근이 없다.

② $a = -4$, $b = -5$ 이면 중근을 가진다.

③ $a > 0$, $b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

④ $a < 0$ 이면 근이 없다.

⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0$, $b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

13. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 $-2, 4$ 였고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 $-5, 3$ 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -4$

▷ 정답: $x = 2$

해설

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15 = 0$$

상수항은 -8 , 일차항의 계수는 2 이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

14. 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 251 일 때, 가장 큰 수는?

①

11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

해설

연속하는 세 홀수를 각각 $x-2$, x , $x+2$ 라 하면

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$$3x^2 + 8 = 251$$

$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9$$

따라서 가장 큰 수는 11이다.

15. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.
이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

16. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3 - \sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때,
유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3 - \sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$

두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6, a = \frac{1}{6}$

두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4, b = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{b}{a} = 4$

17. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

- ① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

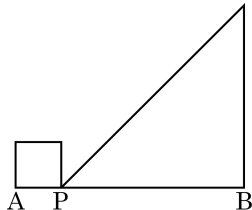
$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

18. 길이가 10 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 36 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

선분 AP 의 길이를 x cm 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(10 - x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(10 - x)^2 = 36$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$$

$$3x^2 - 20x + 28 = 0$$

$$(3x - 14)(x - 2) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 2$ (cm)

19. $A = x^2 + 2x - 3$, $B = x^2 - 8x + 7$ 에 대하여, $A + B = 0$, $AB \neq 0$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} A + B &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 - 8x + 7) \\ &= 2x^2 - 6x + 4 = 0 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0, (x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$AB \neq 0$ 이므로 $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$ 이어야 한다.

$$A = x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3) \neq 0 \text{ 에서}$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$B = x^2 - 8x + 7 = (x - 1)(x - 7) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq 7 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 에서 $x = 2$ 이다.

20. 어떤 상품의 개당 가격을 $x\%$ 올리면 판매량은 $\frac{x}{3}\%$ 만큼 감소한다. 매출을 12% 증가시키기 위해서 올려야하는 개당 가격은 몇 % 인지 구하여라. (단, $0 < x < 50$)

▶ 답 : %

▷ 정답 : 20%

해설

처음 가격을 a 원, 판매량을 b 개라고 하면

가격을 $x\%$ 올린 후의 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원,

판매량은 $b\left(1 - \frac{\frac{x}{3}}{100}\right)$ 개이다.

따라서, 가격을 $x\%$ 올린 후의 매출은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right)b\left(1 - \frac{\frac{x}{3}}{100}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{300}\right)ab \text{ (원)이다.}$$

이때, 매출이 12% 증가해야 하므로

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{300}\right)ab = \frac{112}{100}ab$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{300}\right) = \frac{112}{100}$$

$$x^2 - 200x + 3600 = 0$$

$$(x - 20)(x - 180) = 0$$

$$\therefore x = 20 \text{ 또는 } x = 180$$

$$0 < x < 50 \text{ 이므로 } x = 20$$

따라서 가격을 20% 올려야 한다.