

1. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?

① $M = 3, m = 0$

② $M = 3, m = -3$

③ $M = 6, m = 0$

④ $M = 6, m = -6$

⑤ $M = 6, m = -12$

해설

x, y, z 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$\{1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$$

$$36 \geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$$

$$-6 \leq x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z \leq 6$$

$$\therefore M = 6, m = -6$$

2. 두 집합 P, Q 에 대하여 집합의 연산 Δ 을 $X\Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 로 약속할 때, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 8\}$, $C = \{4, a\}$ 에 대하여 다음과 같다면 a 의 값은?

$$(A\Delta B)\Delta C = \{1, 4, 9\}$$

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{2, 4, 8\}, C = \{4, a\}$$

$A\Delta B = \{1\}$, $\{1\}\Delta C = \{1, 4, 9\}$ 를 만족하려면 집합 C 에는 1은 없어야 하고 9는 있어야 한다.

$$\therefore a = 9$$