

1. 다음 ( )안에 알맞은 말을 써라.

함수  $f(x)$ 의 치역과 공역이 같고, 정의역의 서로 다른 원소에 치역의 서로 다른 원소가 대응할 때, 이 함수를 ( )이라고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 일대일대응



2. 집합  $X = \{x|x \text{는 자연수}\}$  에 대하여  $X$  에서  $X$  로의 함수  $f$  는 상수 함수이다.  $f(2) = 2$  일 때,  $f(1) + f(3) + f(5) + \cdots + f(19)$  의 값은 얼마인가?

① 100      ② 50      ③ 38      ④ 20      ⑤ 10

해설

$f(x)$  가 상수함수이므로,  
 $f(1) = f(3) = \cdots = f(19) = 2$   
 $\therefore f(1) + f(3) + \cdots + f(19) = 2 \cdot 10 = 20$

3. 집합  $X = \{1, 2\}$ ,  $Y = \{a, b\}$  라 할 때, 집합  $X$  에서  $Y$  로의 함수의 개수를 구하면?
- ① 1 가지                      ② 2 가지                      ③ 3 가지
- ④ 4 가지                      ⑤ 5 가지

해설

X

1

2

Y

a

b

X

1

2

Y

a

b

X

1

2

Y

a

b

X

1

2

Y

a

b

∴ 4가지

4.  $f : X \rightarrow Y$ ,  $x \rightarrow f(x)$ 라 한다.  $X$ 의 임의의 두 원소를  $a, b$ 라 할 때, 다음 중에서  $f$ 가 일대일 함수일 조건은?

- ①  $a = b$  이면  $f(a) = f(b)$       ②  $f(a) = f(b)$  이면  $a = b$   
③  $f(a) \neq f(b)$  이면  $a \neq b$       ④  $a \neq b$  이면  $f(a) = f(b)$   
⑤  $a = b$  이면  $f(a) \neq f(b)$

해설

일대일함수의 정의

「 $a \neq b$  이면,  $f(a) \neq f(b)$ 」의 대우

5. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

- ①  $a = 1, b = -1$       ②  $a = 1, b = 1$       ③  $a = 2, b = -1$   
④  $a = 2, b = 0$       ⑤  $a = -1, b = 2$

해설

$f$ 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선  $y = ax + b$ 가

점  $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

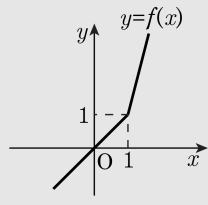
또, 직선  $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

따라서 주어진 보기 중 ①, ②을

모두 만족시키는 것은 ③이다.

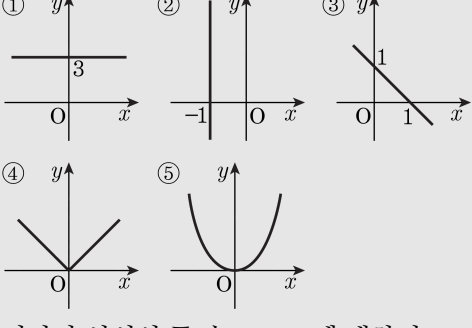


6. 다음 함수 중에서 일대일 대응인 것을 고르면?

- ①  $y = 3$
- ②  $x = -1$
- ③  $y = -x + 1$
- ④  $y = |x|$
- ⑤  $y = x^2$

해설

주어진 함수의 그래프를 살펴보면 다음과 같다.



여기서 임의의 두 수  $x_1, x_2$  에 대하여  $x_1 \neq x_2$  이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$  을 만족하는 함수를 찾으면 된다. 따라서 만족하는 함수는 ③이다.

7. 다음 보기의 함수 중 일대일 대응인 것은 몇 개인가?

보기

㉠  $f(x) = 2x + 1$

㉡  $g(x) = x^2$

㉢  $h(x) = -x$

㉣  $k(x) = |x|$

- ① 4 개      ② 3 개      ③ 2 개      ④ 1 개      ⑤ 없다

해설

이 문제는 그래프를 그려서 판단하는 것이 좋다.  
하나의 요령은 어떤 함수가 일대일 대응일 경우는  
그래프를 그려보면 오직 증가만 하든지  
또는 감소만 하는 형태의 그래프가 나타난다.  
일대일 대응은 뒤에 역함수에서 활용된다.  
(즉, 역함수가 존재하는 함수는 일대일 대응뿐이다.)  
㉠은 증가만 하는 일대일 대응,  
㉢은 감소만 하는 일대일 대응.  
답은 2 개



9. 두 집합  $X = \{a, b, c\}$ ,  $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다.  $X$ 에서  $Y$ 로의 일대일 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

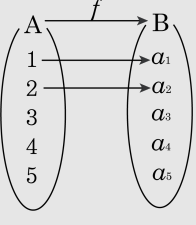
해설

$a$ 에 대응하는 수가  $b$ 에 대응해서는 안 되고  
 $a, b$ 에 대응하는 수가  $c$ 에 대응해서는 안 되므로  
 $\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{개})$

10. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  에서 집합  $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$  로의 대응  $f$  중  $f(1) = a_1, f(2) = a_2$  인 함수  $f$  의 개수는?
- ① 8 개                      ② 25 개                      ③ 64 개  
④ 81 개                      ⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1, f(2) = a_2$  인 함수  
 $f : A \rightarrow B$  는 다음 그림에서  $A$  의 원소  
3, 4, 5 에  $B$  의 원소  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  중  
하나를 각각 대응시키면 된다.  
따라서, 구하는 함수의 개수는  $5 \times 5 \times 5 =$   
125 (개)



11. 두 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$  가 있다.  $A$ 에서  $B$ 로의 일대일 함수  $f$  중  $f(1) = 4$  를 만족하는  $f$  의 개수를 구하면?

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

$f(1) = 4$  이므로  $\{2, 3\}$  에서  
 $\{5, 6, 7\}$  로 가는 일대일 함수의 개수와 같다.  
 $\therefore 3 \times 2 = 6$

12. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b\}$  에 대하여  $X$  에서  $Y$  로의 함수  $f$  중  $f(1) = b$  인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 4 개

해설

$f(1) = b$  인 함수  $f$  는 다음과 같다  
따라서, 구하는 함수  $f$  는 4 개이다.

X

Y

1

2

3

a

b

→

X

Y

1

2

3

a

b

→

X

Y

1

2

3

a

b

→

X

Y

1

2

3

a

b

→

13. 집합  $A = \{-1, 0, 1\}$  이라 할 때, 함수  $f : A \rightarrow A$  에 대하여  $f(-x) = -f(x)$  를 만족하는 함수  $f$  의 가지수는?

- ① 2 가지
- ② 3 가지
- ③ 6 가지
- ④ 8 가지
- ⑤ 9 가지

해설

$f(-0) = -f(0)$   
 $\therefore f(0) = 0 \cdots \textcircled{1}$   
 $f(-1) = -f(1) \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 만족하는 함수  $f$  는 위의 3 가지뿐이다.

14. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 함수  $f : A \rightarrow B$ 를 정의할 때,  $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) = 0$ 인 함수  $f$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 211 개

해설

$f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$  이들 중 적어도 하나는 0 이므로, 전체 함수의 개수에서  $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) \neq 0$ 인 함수의 개수를 빼면 된다. 그러므로  $3^5 - 2^5 = 211$