

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식은?

① $x(2x - 1) = 3x^2 + 1$

② $3x^2 + x = 3(x - 2)^2$

③ $x^3 - 4x + 3 = 1 + x^3$

④ $2x^3 - x = 0$

⑤ $(x - 2)(x - 5) = x^2 - 10$

해설

$ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 꼴이 이차방정식 이다.

② $13x - 12 = 0$: 일차방정식

③ $4x - 3 = 0$: 일차방정식

④ $2x^3 - x = 0$: 삼차방정식

⑤ $7x - 20 = 0$: 일차방정식

2. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$ 이다.

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3. 다음 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 일 때, 다음 중 유리수의 근을 가지는 것은?

① $a = 0, b = -1$

② $a = 0, b = 2$

③ $a = -1, b = -1$

④ $a = -1, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 4$

해설

$(x-a)^2 = b$ 에서 유리수의 근을 갖기 위해서는 b 가 0 이상인 제곱수 이면 된다.

따라서 $(x-0)^2 = 4$ 일 때이므로 $a = 0, b = 4$ 이다.

4. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

5. 이차방정식 $x^2 - 7x + 3m + 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 일 때, $n^2 - n - 3$ 의 값을 구하여라.(단, n 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

이차방정식 $x^2 - 7x + 3m + 1 = 0$ 의
두 근의 합은 7이므로 $n = -7$ 이다.
 $\therefore n^2 - n - 3 = (-7)^2 - (-7) - 3 = 53$

6. 이차방정식 $x^2 + bx + a + 1 = 0$ 의 근이 $-4, -1$ 일 때, $ax^2 - bx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 $-4, -1$ 이므로

$$(x + 4)(x + 1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

7. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

8. 다음 이차방정식의 해를 구하면?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

① $-\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{1}{2}, -3$

④ $\frac{1}{2}, 3$

⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

9. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2x - 5 + m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 그때의 해를 구하면?

① $m = 6, x = -1$

② $m = 6, x = 1$

③ $m = 4, x = -1$

④ $m = 4, x = 1$

⑤ $m = -4, x = -1$

해설

$$x^2 + 2x - 5 + m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (-5 + m) = 0$$

$$1 + 5 - m = 0$$

$$\therefore m = 6$$

$m = 6$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$\therefore x = -1$ 일 때 중근을 갖는다.

10. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 + 4x = 1$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$\therefore a = 2, b = 5$$

$$\therefore a + b = 7$$

11. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

12. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 유리수 $a + b$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은 $-\frac{b}{a} = 1$

두 근의 곱은 $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{4}$

$\therefore a = 4, b = -4$

$\therefore a + b = 0$

13. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

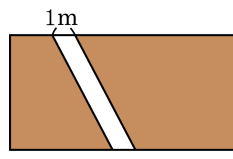
$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

14. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 세로의 길이보다 5 m 긴 직사각형 모양의 땅에 폭이 1 m 인 길을 만들었더니 남은 땅의 넓이가 45 m²가 되었다. 이 땅의 세로의 길이는?



- ① 3 m ② 5 m ③ 7 m ④ 9 m ⑤ 11 m

해설

세로의 길이를 x m 라 하면

$$x(x+5) - x = 45$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 5 \quad (\because x > 0)$$

15. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

16. 이차방정식 $5x^2 + 12x - 6 = 0$ 의 모든 근 p 에 대해서도 $|p| < n$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{66}}{5}$$

$$\left| \frac{-6 - \sqrt{66}}{5} \right| = \left| \frac{6 + \sqrt{66}}{5} \right| < n$$

따라서 최소의 양의 정수 n 은 3이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 $1:2$ 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 라 하면,

$$t \times 2t = 2, t = \pm 1$$

$$3t = 3a,$$

$$t = -1 \text{ 일 때 } a = -1$$

$$t = 1 \text{ 일 때 } a = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

18. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서 } a^2 - 3a = -1$$

$$b^2 - 2b - 7 = 0 \text{에서 } b^2 - 2b = 7$$

$$\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$$

19. 이차방정식 $\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$D = a^2 - 4 \left(\frac{a-2}{4} \right) (2a+1) > 0$$

$$a^2 - 3a - 2 < 0$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \quad (\text{단, } a \neq 2)$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < 2 \text{ 또는 } 2 < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

따라서 $a = 0, 1, 3$ 이므로 합은 4 이다.

20. 이차방정식 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + 2bx - c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = -3$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-5)^2 + 6 = 31\end{aligned}$$

$x^2 + 2bx - c = 0$ 의 근이 $-5, 31$ 이므로

$$-2b = -5 + 31 = 26, b = -13$$

$$-c = -5 \times 31 = -155, c = 155$$

$$\therefore b + c = -13 + 155 = 142$$