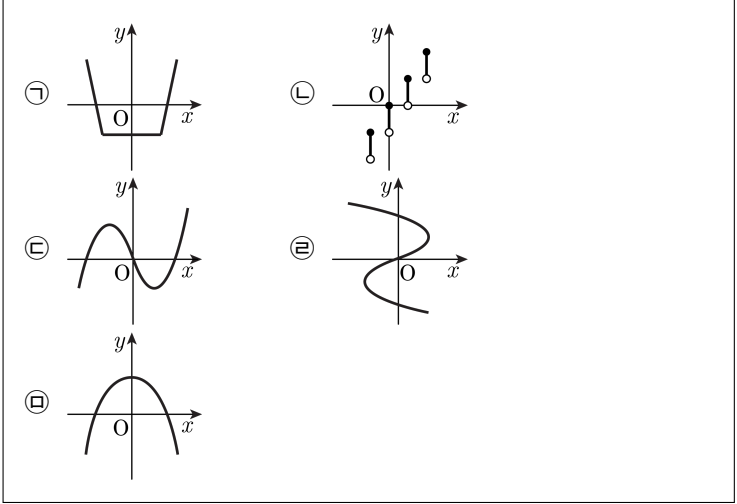


1. 다음 그래프 중 함수인 것은?



- ① ㉠, ㉡, ㉣
- ② ㉠, ㉣, ㉤
- ③ ㉠, ㉣, ㉥
- ④ ㉡, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉣, ㉥, ㉤

해설

㉠ 함수  
㉡ 함수가 아니다.  
㉢ 함수  
㉣ 함수가 아니다.  
㉤ 함수  
따라서 ㉠, ㉣, ㉤만이 함수이다.

해설

2. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

①  $y = 2x$

②  $y = -x^2$

③  $y = x^2 - 2$

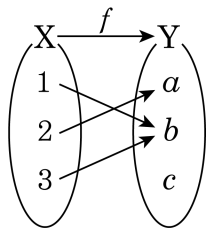
④  $y = -x^2 + 2x$

⑤  $y = 3$

해설

②  $y \leq 0$     ③  $y \geq -2$     ④  $y \leq 1$     ⑤  $y = 3$

3. 아래 그림은 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수  $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.  $f$ 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ①  $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$

②  $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$

③  $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$

④  $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$

⑤  $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

해설

4. 함수  $f(x)$  는 임의의 두 실수  $a, b$  에 대하여  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

①  $f(x) = |x|$

②  $f(x) = -x^2$

③  $f(x) = 3x$

④  $f(x) = 2x + 3$

⑤  $f(x) = x^3 + 3x$

해설

①  $f(a+b) = |a+b|$

$f(a) + f(b) = |a| + |b|$

이 때  $|a+b| \leq |a| + |b|$

②  $f(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$

$f(a) + f(b) = -a^2 - b^2$

③  $f(a+b) = 3(a+b) = 3a + 3b = f(a) + f(b)$

④  $f(a+b) = 2(a+b) + 3$

$f(a) + f(b) = 2a + 3 + 2b + 3 = 2(a+b) + 6$

⑤  $f(a+b) = (a+b)^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 + 3)$

$f(a) + f(b) = a^3 + 3a + b^3 + 3b$

$= a^3 + b^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3)$

5. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$ ,  $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합  $X$ 의 개수는 몇 개인가?

① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$  이므로  
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서  
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$ ,  $3(x^2 - 4x - 5) = 0$   
 $(x - 5)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = 5, -1$   
즉,  $x = 5$  또는  $x = -1$  일 때  $f(x) = g(x)$  이다.  
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

6. 다음 보기 중  $X = \{-1, 1, 2\}$ 에서  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수가 될 수 있는 것은 몇 개인가?

<보기>

㉠  $f : x \rightarrow |x|^2$

㉡  $g : x \rightarrow x + 2$

㉢  $h : x \rightarrow |x| + 1$

㉣  $i : x \rightarrow x^2 - 1$

㉤  $j : x \rightarrow |x| + 3$

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

㉠  $f(-1) = |-1|^2 = 1 \in Y$

$f(1) = |1|^2 = 1 \in Y$

$f(2) = |2|^2 = 4 \in Y$

㉡  $g(-1) = -1 + 2 = 1 \in Y$

$g(1) = 1 + 2 = 3 \in Y$

$g(2) = 2 + 2 = 4 \in Y$

㉢  $h(-1) = |-1| + 1 = 2 \in Y$

$h(1) = |1| + 1 = 2 \in Y$

$h(2) = |2| + 1 = 3 \in Y$

㉣  $i(-1) = i(1) = 0 \notin Y$

㉤  $j(2) = 5 \notin Y$

그러므로 ㉠, ㉡은 함수가 될 수 없고 ㉠, ㉡, ㉢ 3개 만 함수가 될 수 있다.

7. 함수  $f$ 가 임의의 양수  $m, n$ 에 대하여  $f(mn) = f(m) + f(n)$ ,  $f(2) = 1$ 일 때,  $f(2^{2006})$ 의 값은 얼마인가?

① 1003      ② 2006      ③ 4012      ④  $2^{1003}$       ⑤  $2^{2006}$

해설

$$\begin{aligned} f(2^{2006}) &= f(2 \times 2 \times \cdots \times 2) \\ &= f(2) + f(2) + \cdots + f(2) \\ &= 2006f(2) = 2006 \end{aligned}$$

8. 집합  $X = \{1, 2\}$  를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 + x + a$ ,  $g(x) = x^2 + bx + 1$  에 대하여  $f = g$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 3

② 4

③ 5

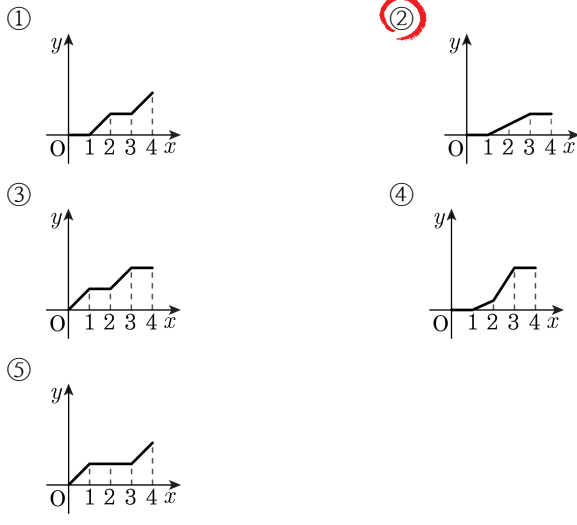
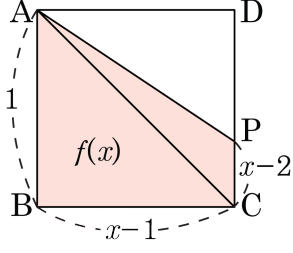
④ 6

⑤ 7

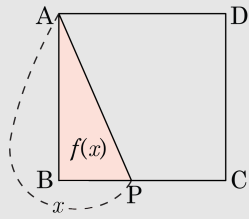
해설

정의역  $X = \{1, 2\}$  이고  $f = g$  이므로  
 $f(1) = g(1)$ ,  $f(2) = g(2)$  가 성립한다.  
 $f(1) = g(1)$  에서  $2 + 1 + a = 1 + b + 1$   
 $\therefore a - b = -1 \quad \dots \textcircled{\text{㉠}}$   
 $f(2) = g(2)$  에서  $8 + 2 + a = 4 + 2b + 1$   
 $\therefore a - 2b = -5 \quad \dots \textcircled{\text{㉡}}$   
 $\textcircled{\text{㉠}}$ ,  $\textcircled{\text{㉡}}$  을 연립하여 풀면  $a = 3$ ,  $b = 4$   
 $\therefore a + b = 7$

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변  $ABCD$  위를 움직이는 동점  $P$ 가 있다. 점  $P$ 는  $A$  점에서 출발, 일정한 속력으로 점  $B$ 를 돌아 다시 점  $A$ 로 돌아온다. 점  $P$ 가 움직인 거리를  $x$ , 선분  $AP$ 가 지나간 부분의 넓이를  $f(x)$ 라 할 때, 다음 중 함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



해설

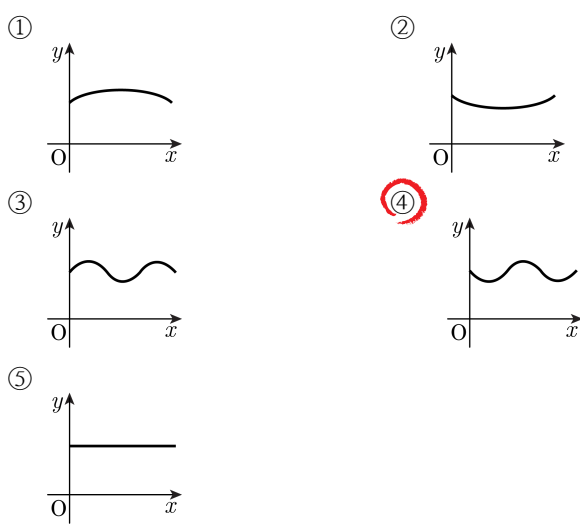
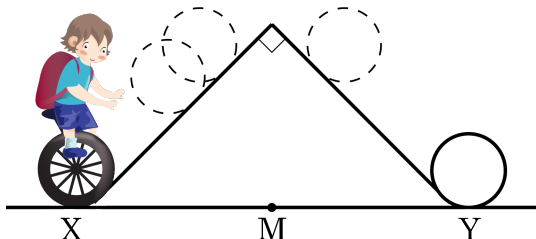


$x$ 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

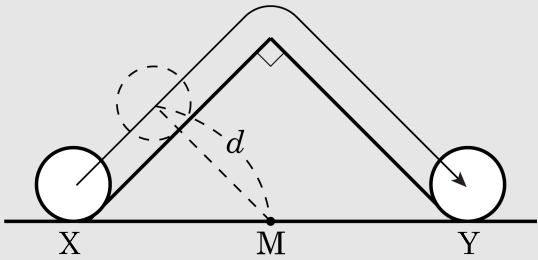
$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq 1) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (1 \leq x \leq 2) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (2 \leq x \leq 3) \\ 1 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases} \quad \text{한편, 각 구간의 경계점에서}$$

함수는 연속이므로 ②가 옳다.

10. 다음 그림과 같이 철수가 외발자전거를 타고 직각이등변삼각형 모양의 장애물을 넘어가려고 한다. 지면과 장애물에 자전거의 바퀴가 동시에 접하는 지면 위의 접점을  $X, Y$ 라 하고, 선분  $XY$ 의 중점을  $M$ 이라 하자. 철수가  $X$ 에서 출발하여 최단 거리로  $Y$ 까지 일정한 속도로 이동할 때, 시간  $t$ 와 점  $M$ 에서 자전거 바퀴의 중심까지의 거리  $d$ 에 대하여  $d$ 를  $t$ 의 함수로 나타낸 그래프의 개형은? (단, 자전거 바퀴의 모양은 항상 원이며 지름의 길이는 장애물의 높이보다 작다.)



해설



따라서  $d$ 를  $t$ 의 함수로 나타낸 그래프는

