

1. 등차수열 $-3, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, 21$ 에 대하여 $x_4 + x_5$ 의 값은?

① 15

② 17

③ 19

④ 21

⑤ 23

해설

주어진 등차수열의 공차를 d 라고 하면 21은 제 9항이므로
 $21 = -3 + 8d \quad \therefore d = 3$
따라서, 주어진 수열은 첫째항이 -3 , 공차가 3인 등차수열이고,
 x_4, x_5 은 각각 제 5항, 제 6항이므로
 $x_4 = -3 + (5-1) \cdot 3 = 9$
 $x_5 = -3 + (6-1) \cdot 3 = 12$
따라서 $x_4 + x_5$ 은 21이다.

2. 등차수열을 이루는 세 수의 합은 12이고 세 수의 합은 12이고 제곱의 합은 66일 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

등차수열을 이루는 세 수를 $a-d, a, a+d$ 라 하면

$$(a-d) + a + (a+d) = 12 \cdots \textcircled{1}$$

$$(a-d)^2 + a^2 + (a+d)^2 = 66 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립해서 풀면 $a = 4, d = \pm 3$

따라서 주어진 조건을 만족하는 세 수는 1, 4, 7이고 이 중 가장 큰 수는 7이다.

3. $a_5 = 31$, $a_{11} = 13$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 31$$

$$a_{11} = a + 10d = 13$$

$$6d = -18$$

$$d = -3$$

$$\therefore a = 31 + 4 \cdot 3 = 43$$

$$\therefore a_n = 43 + (n - 1) \times (-3)$$

$$= -3n + 46$$

$$-3n + 46 < 0 \text{인 정수 } n \text{의 최솟값을 구하면}$$

$$46 < 3n$$

$$15.\times \times < n$$

$$\therefore n = 16$$

4. 첫째항이 -10 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$S_7 = a_7$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2}$$

$$a_7 = a + 6d$$

$$\frac{7(2a + 6d)}{2} = a + 6d$$

$$7a + 21d = a + 6d$$

$$6a = -15d$$

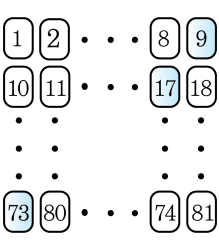
$$d = \frac{6 \times (-10)}{-15} = 4$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2}$$

$$= \frac{10(-20 + 36)}{2}$$

$$= \frac{160}{2} = 80$$

5. 1부터 81까지 쓰여진 카드를 오른쪽 그림과 같이 배열하였다. 이때 오른쪽 대각선 방향(/)으로 배열된 카드에 쓰여진 수들의 합은?



- ① 367
- ② 369
- ③ 371
- ④ 373
- ⑤ 375

해설

구하는 수열은 9, 17, 25, ..., 73으로 공차가 8인 등차수열이다.

따라서, 구하는 합은 $\frac{9(9+73)}{2} = 369$ 이다.

6. 3과 48사이에 세 실수를 넣어 공비가 음수인 등비수열을 만들려고 한다. 이때, 세 실수의 합은?

① -18 ② -9 ③ -3 ④ 9 ⑤ 18

해설

$$3, 3r, 3r^2, 3r^3, 48$$

$$3r^4 = 48, r^4 = 16, r = \pm 2$$

$$r < 0 \text{ 이므로 } r = -2$$

$$3r + 3r^2 + 3r^3$$

$$= 3(r + r^2 + r^3)$$

$$= 3(-2 + 4 - 8) = 3 \cdot (-6)$$

$$= -18$$

7. 첫째항부터 제 3항까지의 합이 7, 제 4항부터 제6항까지의 합이 56인 등비수열이 있다. 이 수열의 첫째항부터 제9항까지의 합을 구하면?

① 320 ② 419 ③ 511 ④ 609 ⑤ 707

해설

$$S_3 = \frac{a(r^3 - 1)}{r - 1} = 7$$

$$S_6 - S_3 = \frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} - 7 = 56$$

$$\frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} = 63$$

$$\frac{a(r^3 - 1)(r^3 + 1)}{r - 1} = 7 \times (r^3 + 1) = 63$$

$$r^3 + 1 = 9, \quad r^3 = 8$$

$$\therefore r = 2$$

$$\frac{a(8 - 1)}{2 - 1} = 7 \text{ 이므로 } a = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore S_9 &= \frac{a(r^9 - 1)}{r - 1} = \frac{1 \cdot (2^9 - 1)}{2 - 1} \\ &= 2^9 - 1 = 512 - 1 \\ &= 511 \end{aligned}$$

8. 다항식 $x^9 + x^8 + \cdots + x + 1$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 511 ② 512 ③ 513 ④ 1023 ⑤ 1025

해설

$f(x) = x^9 + x^8 + \cdots + x + 1$ 이라 하면

$f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(2)$ 이다.

즉, $f(2) = 2^9 + 2^8 + \cdots + 2 + 1$

따라서 $f(2)$ 는 첫째항이 1, 공비가 2, 항수가 10인 등비수열의 합과 같다.

$$\therefore f(2) = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 2^{10} - 1 = 1023$$

9. 재진이가 첫날에 1원, 둘째날에 2원, 셋째날에 4원, ... 과 같이 매일 전날의 2배씩 30일간 계속하여 모았을 때 그 총액은?

- ① $2^{30} - 2$ (원) ② $2^{30} - 1$ (원) ③ 2^{30} (원)
④ $2^{30} + 1$ (원) ⑤ $2^{30} + 2$ (원)

해설

첫째항이 1, 공비가 2인 등비수열이므로

$$S_{30} = \frac{1 \cdot (2^{30} - 1)}{2 - 1} = 2^{30} - 1(\text{원})$$

10. $f(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ 일때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1}$ 을 $f(n)$ 과 $f(2n)$ 으로 나타내면?

- ① $f(2n) - f(n)$ ② $f(2n) - \frac{1}{2}f(n)$
 ③ $2f(n) - f(2n)$ ④ $f(n) - \frac{1}{2}f(2n)$
 ⑤ $3f(n) - 2f(2n)$

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1} \\ &= \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} \\ &= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n} \right) \\ &\quad - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n} \right) \\ &= \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k} \\ &= f(2n) - \frac{1}{2} \cdot f(n) \end{aligned}$$

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x - (2n - 1)(2n + 1) = 0$ 의 두 근 α_n, β_n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{21}$ ② $\frac{20}{21}$ ③ $\frac{31}{21}$ ④ $\frac{40}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \sum_{n=1}^{10} \frac{\alpha_n + \beta_n}{\alpha_n \cdot \beta_n} \\ &= \sum_{n=1}^{10} \frac{-4}{-(2n-1)(2n+1)} \\ &= 4 \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= 2 \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{21} \right) = \frac{40}{21} \end{aligned}$$

12. 수열 3, 4, 6, 10, 18, ...의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은?

- ① $2n^2 + 2n - 1$
- ② $2n^2 + 2n + 1$
- ③ $2^n + 2n - 1$
- ④ $n^2 - 2n + 1$
- ⑤ $2^n - 2n$

해설

$\{a_n\} : 3, 4, 6, 10, 18, \dots$

$\qquad \qquad \vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$

$\{b_n\} : \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad \dots$

$a_n = 3 + \underbrace{(1 + 2 + 4 + \dots)}_{(n-1)\text{개}}$

$= 3 + \frac{2^{n-1} - 1}{2 - 1} = 2^{n-1} + 2$

$\therefore S_n = \sum_{k=1}^n (2^{k-1} + 2) = \frac{2^n - 1}{2 - 1} + 2n = 2^n + 2n - 1$

13. 수열 1, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 9, ... 에서 13은 제 a 항까지 계속된다. 마지막으로 나오는 13을 제 b 항이라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

같은 숫자끼리 괄호로 묶으면
(1), (3, 3), (5, 5, 5), (7, 7, 7, 7), (9, 9, 9, 9, 9), ...
이 수열의 규칙을 살펴보면 13은 제 7군에 속한다.
6군까지의 항수가 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ 이므로 제 7군의
첫째항은 제 22항이고, 끝항은 제 28항이 된다.
따라서 $a + b = 22 + 28 = 50$

14. 다음 그림과 같이 홀수가 배열되어 있을 때, 제10행의 왼쪽에서 다섯 번째의 수를 구하여라.

제1행					1				
제2행				3	5	7			
제3행			9	11	13	15	17		
제4행	19	21	23	25	27	29	31		
⋮									

▶ 답 :

▷ 정답 : 171

해설

주어진 수열을 군으로 묶으면 다음과 같다.
제1군, 제2군, 제3군, ... 각 군의 첫째항으로 이루어진 수열을 $\{a_n\}$, 그 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 하면
 $\{a_n\} : 1, 3, 9, 19, \dots$
 $\{b_n\} : 2, 6, 10, \dots$
 $\therefore b_n = 2 + (n-1) \cdot 4 = 4n-2$
 $\therefore a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4k-2) = 1 + 4 \cdot \frac{n(n-1)}{2} - 2(n-1) = 2n^2 - 4n + 3$
 $\therefore a_{10} = 2 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10 + 3 = 163$
이때, 각 행은 공차가 2인 등차수열이므로 제10행의 왼쪽에서 다섯 번째에 있는 수는
 $163 + (5-1) \times 2 = 171$

15. $a_1 = -1$, $a_{n+1} = a_n + n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

$$a_2 = a_1 + 1$$

$$a_3 = a_2 + 2$$

$$\vdots$$
$$+ \left| \begin{array}{l} a_n = a_{n-1} + (n-1) \\ a_n = a_1 + 1 + \dots + (n-1) \\ = -1 + \frac{(n-1) \cdot n}{2} \end{array} \right.$$

$$\therefore a_{10} = -1 + \frac{9 \cdot 10}{2}$$

$$= -1 + 45 = 44$$

16. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n 에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$ 이라 할 때 $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

- $a_1 = 1, a_2 = 2$
- $2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -45

해설

조건식을 변형하면 $a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)$ 이므로

$a_{n+1} - a_n = b_n$ 이라 하면 $b_n = \frac{1}{2}b_{n-1}$

$b_1 = a_2 - a_1$ 이므로 $b_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} = 1 + \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \frac{1}{2}} =$

$3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

$a_{50} = 3 - 2^{-48}$

$\therefore p = 3, q = -48$ 이므로 $p + q = -45$

17. $a = 2^{12}$ 일 때, $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} \times (a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{24}} \times a^{\frac{1}{24}} = a^{\frac{1}{12}}$$

$a = 2^{12}$ 이므로

$$a^{\frac{1}{12}} = (2^{12})^{\frac{1}{12}} = 2$$

18. 세 수 $A = \sqrt[3]{4}$, $B = \sqrt[4]{6}$, $C = \sqrt[6]{13}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $A > B > C$ ② $B > A > C$ ③ $C > B > A$
④ $A > C > B$ ⑤ $B > C > A$

해설

$A = \sqrt[3]{4}$, $B = \sqrt[4]{6}$, $C = \sqrt[6]{13}$ 을 거듭 제곱꼴로 고쳤을 때, 밑과 지수가 모두 다르므로

지수를 통일한 다음 밑이 큰 순서로 대소를 비교한다.

3, 4, 6의 최소공배수가 12이므로

$$A = \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$$

$$B = \sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$$

$$C = \sqrt[6]{13} = \sqrt[12]{13^2} = \sqrt[12]{169}$$

$$\therefore A > B > C$$

19. $3^{\frac{5}{2}} \cdot \left(9^{\frac{7}{4}} + 27^{\frac{3}{2}}\right) \cdot 81^{-\frac{3}{2}}$ 를 계산하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} & 3^{\frac{5}{2}} \cdot 9^{\frac{7}{4}} \cdot 81^{-\frac{3}{2}} + 3^{\frac{5}{2}} \cdot 27^{\frac{3}{2}} \cdot 81^{-\frac{3}{2}} \\ &= 3^{\frac{5}{2}} \cdot 3^{\frac{7}{2}} \cdot 3^{-6} + 3^{\frac{5}{2}} \cdot 3^{\frac{9}{2}} \cdot 3^{-6} \\ &= 3^{\frac{5}{2} + \frac{7}{2} - 6} + 3^{\frac{5}{2} + \frac{9}{2} - 6} = 3^0 + 3^1 = 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

20. $\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{n}}$ 이 자연수가 되는 정수 n 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{n}} = 3^{\frac{-3}{n}} \text{이 자연수}$$

$$n = -1 \text{일때, } 3^3$$

$$n = -3 \text{일때, } 3$$

$\Rightarrow$ 2개

21. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 일 때, $a + a^{-1}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 의 양변을 제곱하면 $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = 4^2$

$$a + a^{-1} + 2 = 16$$

$$\therefore a + a^{-1} = 14$$

22. $\log_{10}(1+1) + \log_{10}\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_{10}\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_{10}\left(1 + \frac{1}{99}\right)$

의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \log_{10} 2 + \log_{10} \frac{3}{2} + \log_{10} \frac{4}{3} + \cdots + \log_{10} \frac{100}{99} \\&= \log_{10} \left(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{100}{99} \right) \\&= \log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2\end{aligned}$$

23. 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) = \log_2 \sqrt{x}$ 라 하자. $f(\sqrt{a}) = p$, $f(\sqrt{b}) = q$ 일 때, $f(ab)$ 의 값을 p, q 로 나타내면?

① $2(p+q)$

② $2p$

③ $2q$

④ $2(p-q)$

⑤ $-2p-2q$

해설

$$f(x) = \log_2 \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_2 x \text{ 이므로}$$

$$f(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \log_2 a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \log_2 a = p$$

$$f(\sqrt{b}) = \frac{1}{2} \log_2 b^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \log_2 b = q$$

$$\therefore f(ab) = \log_2 \sqrt{ab} = \log_2 \sqrt{a} + \log_2 \sqrt{b}$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_2 b = 2(p+q)$$

24. $\log_2 \sqrt{7 + \sqrt{24}}$ 의 소수 부분을 x 라 할때, 2^{x+1} 의 값을 구하면?

① $\sqrt{3} + 1$

② $\sqrt{5} + 1$

③ $\sqrt{6} + 1$

④ $\sqrt{7} + 1$

⑤ $2\sqrt{2} + 1$

해설

$$\log_2 \sqrt{7 + \sqrt{24}}$$

$$= \log_2 \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$$

$$= \log_2 (\sqrt{6} + 1)$$

$$= \log_2 (3 \times \times \times)$$

$$= 1 \times \times \times$$

$$\text{따라서, } x = \log_2 (\sqrt{6} + 1) - 1$$

$$2^{x+1} = 2^{\log_2 (\sqrt{6} + 1)} = \sqrt{6} + 1$$

25. $\log_2 x = 4.2$ 일 때, $\log \frac{1}{x}$ 의 소수 부분은 ? (단, $\log 2 = 0.30$)

- ① 0.62 ② 0.66 ③ 0.70 ④ 0.74 ⑤ 0.78

해설

$$\log_2 x = 4.2 \text{ 이므로 } \frac{\log x}{\log 2} = 4.2, \log x = 1.26$$

$$\log \frac{1}{x} = -\log x = -1.26 = -2 + 0.74$$

$$\therefore \log \frac{1}{x} \text{ 의 소수 부분은 } 0.74$$

26. $x > 0, y > 0$ 인 실수 x, y 가 아래 두 조건을 만족할 때, 다음 물음에 답하여라.

- ☐

$\log x$ 와 $\log 99$ 의 정수 부분은 같다.
- ☐

$\log y$ 와 $\log 1001$ 의 정수 부분은 같다.

$\log x$ 의 소수 부분과 $\log y$ 의 소수 부분이 같을 때, $x : y$ 를 간단한 정수비로 나타내면?

- ☐

① 1 : 2
- ☐

② 1 : 3
- ☐

③ 1 : 10
- ☒

④ 1 : 100
- ☐

⑤ 10 : 1

해설

$\log 99$ 의 정수 부분은 1이고, $\log 1001$ 의 정수 부분은 3이므로 $\log x$ 와 $\log y$ 는 다음과 같다.

$\log x = 1 + \alpha, \log y = 3 + \alpha \ (0 \leq \alpha < 1)$

$\therefore \log y - \log x = 2$

$\log \frac{y}{x} = 2, \frac{y}{x} = 100, y = 100x$

$\therefore x : y = 1 : 100$

27. $\log a = 0.08$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^{20}$ 은 소수점 아래 몇 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나타나는가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\log \left(\frac{1}{a}\right)^{20} = \log a^{-20} = -20 \log a = -20 \times 0.08$$

$$= -1.6 = -2 + 0.4 = \bar{2}.4$$

따라서 지표가 -2 이므로 소수점 아래 2 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나온다.

28. 상용로그 $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$ 와 $\log x^2$ 의 소수 부분의 합은 1이다. 이때, $\log x^3$ 의 값은?

- ① 9 또는 10 ② 10 또는 11 ③ 11 또는 12
④ 12 또는 13 ⑤ 13 또는 14

해설

$\log x = 3 + \alpha (0 \leq \alpha < 1)$ 로 놓으면

$\log x^2 = 2 \log x = 6 + 2\alpha (0 \leq 2\alpha < 2)$ 이므로

(i) $0 \leq \alpha < \frac{1}{2}$ 일 때,

$\log x^2$ 의 소수 부분은 2α 이므로

$$\alpha + 2\alpha = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{1}{3}$$

(ii) $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ 일 때,

$\log x^2$ 의 소수 부분은 $2\alpha - 1$ 이므로

$$\alpha + (2\alpha - 1) = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{2}{3}$$

(i), (ii)에서 $\alpha = \frac{1}{3}$ 또는 $\alpha = \frac{2}{3}$ 이므로

$\log x^3 = 3 \log x = 9 + 3\alpha$ 의 값은 10 또는 11이다.

29. $\frac{[\log 20010] + [\log 2.001]}{[\log 0.02001]}$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$[\log x]$ 는 x 의 지표이므로

$[\log 20010] = 4, [\log 2.001] = 0, [\log 0.02001] = -2$

$\therefore \frac{[\log 20010] + [\log 2.001]}{[\log 0.02001]} = \frac{4 + 0}{-2} = -2$

30. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 7)$ 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $6x$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

세 수 $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 7)$ 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2\log(2^x + 1) = \log 3 + \log(2^x + 7)$$

$$\log(2^x + 1)^2 = \log 3(2^x + 7) \Leftrightarrow (2^x + 1)^2 = 3(2^x + 7)$$

$$2^x = t \text{로 치환 } (t + 1)^2 = 3(t + 7) \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$$

$$(t + 4)(t - 5) = 0 \Leftrightarrow t = 5 (\because t > 0)$$

$$\therefore 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{1 - 0.3}{0.3} = \frac{7}{3}$$

따라서 구하는 값은 $6x = 14$

31. 반지름의 길이가 r 인 구의 겉넓이 S 와 부피 V 는 다음과 같다.

$$S = 4\pi r^2, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

다음 중 r 의 값에 관계없이 항상 일정한 값을 갖는 것은?

- ① $\log S - \frac{1}{3}\log V$
- ② $\log S - \frac{2}{3}\log V$
- ③ $\log S - \log V$
- ④ $\log S - \frac{4}{3}\log V$
- ⑤ $\log S - \frac{5}{3}\log V$

해설

$$\log S = \log 4\pi + 2\log r \cdots \textcircled{1}$$

$$\log V = \log \frac{4}{3}\pi + 3\log r \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 2 \text{에서}$$

$$3\log S - 2\log V$$

$$= 3\log 4\pi - 2\log \frac{4}{3}\pi$$

$$= 3(\log S - \frac{2}{3}\log V) \text{(일정)}$$

32. 어느 도시의 최근 인구 증가율은 연평균 4%라고 한다. 이 도시의 인구가 이러한 추세로 증가한다면 10년 후의 이 도시의 인구는 현재의 k 배이다. 이때, $100k$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 1.04 = 0.017, \log 1.48 = 0.17$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 148

해설

일정한 비율로 증가하거나 감소한 후의 양을 지수의 식으로 나타낸다.

현재 이 도시의 인구의 수를 A 라 하면 10년 후의 이 도시의 인구의 수는 kA 이다.

$$A(1 + 0.04)^{10} = kA, 1.04^{10} = k$$

이 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$\log 1.04^{10} = \log k$$

이 때, $10 \log 1.04 = 10 \times 0.017$ 이므로

$$\log k = 0.17 \quad \therefore k = 1.48$$

$$\therefore 100k = 148$$