1. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

① $x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $x = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ ③ $x = \pm\sqrt{5}$
④ $x = \pm\frac{5}{2}$ ⑤ $x = \pm 5$

해설

$x^2 - 5 = 0,\ x^2 = 5$
$\therefore x = \pm\sqrt{5}$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -2$ 또는 $x = 4$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2x^2 + ax + b = 0$ 의 해가
$x = -2$ 또는 $x = 4$ 이므로
$2(x+2)(x-4) = 0$
$2(x^2 - 2x - 8) = 0$
$2x^2 - 4x - 16 = 0$
$\therefore\ a = -4,\ b = -16$
$\frac{b}{a} = \frac{-16}{-4} = 4$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2+3ax-2a=0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2+3ax-2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
$1+3a-2a=0, a=-1$
$x^2-3x+2=0, (x-2)(x-1)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=1$

4. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, $\boxed{}$ 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\boxed{} \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \boxed{}}}{2 \times \boxed{}}$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$ 이므로

$(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

5. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면
$A(A-6)-16=0$
$A^2-6A-16=0$
$(A-8)(A+2)=0$
$\therefore x+y=8$ 또는 $x+y=-2$
따라서 $x+y$의 값들의 합은 $8+(-2)=6$이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α, 3α 라 하면,
$\alpha + 3\alpha = 8$ 이므로 $\alpha = 2$
$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$
$\therefore\ m = 12$

7. 이차방정식 $2x^2 - ax - 3 = 0$ 의 한 근이 $\frac{3}{2}$ 이고 다른 한 근이 $2x^2 - 5x - b = 0$ 의 한 근일때 b 의 값을 구하면?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$2x^2 - ax - 3 = 0$ 에 $x = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2}a - 3 = 0,\ a = 1$

$2x^2 - x - 3 = 0,\ (x+1)(2x-3) = 0,\ x = -1,\ \frac{3}{2}$

따라서 다른 한 근은 -1 이므로

$2x^2 - 5x - b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$2 + 5 - b = 0 \quad \therefore b = 7$

8. 이차방정식 $ax^2+bx+3=0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, ak^2+bk+1 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax^2+bx+3=0$ 에 $x=k$ 를 대입하면
$ak^2+bk+3=0$, $ak^2+bk=-3$
$\therefore ak^2+bk+1=(-3)+1=-2$

9. 이차방정식 $x^2-8x+7=0$ 의 두 근의 곱이 이차방정식 $2x^2-5x+2k=0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{63}{2}$

해설

$x^2-8x+7=0, (x-1)(x-7)=0$ 이므로 $x=1$ 또는 $x=7$
두 근의 곱은 7 이므로
이차방정식 $2x^2-5x+2k=0$ 에 $x=7$ 을 대입하면
$98-35+2k=0$, $2k=-63$
따라서 k는 $-\frac{63}{2}$ 이다.

10. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라.(단, k, m은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$2(x+k)^2 = m,\ (x+k)^2 = \frac{m}{2}$

$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$

$\therefore k = -4\ ,\ m = 10$

$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$

11. 이차방정식 $2x^2 - 4x - a - 1 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x = 1 \pm \sqrt{3}$ 이었다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 - 4x - a - 1 = 0$

$2(x^2 - 2x + 1) = a + 3$

$2(x-1)^2 = a + 3$

$(x-1)^2 = \pm\sqrt{\frac{a+3}{2}}$

$x = 1 + \sqrt{\frac{a+3}{2}}$

$\sqrt{\frac{a+3}{2}} = \sqrt{3}$이므로

$a + 3 = 6$

$\therefore a = 3$

12. 이차방정식 $x^2-(k+2)x+1=0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2-ax+a^2-1=0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x^2-(k+2)x+1=0$ 에서
$(k+2)^2-4=0,\ k^2+4k=0$
$k(k-4)=0$
$k=0,\ -4$
$x^2-ax+a^2-1=0$ 에 $x=0$ 을 대입하면
$a^2-1=0$
$a=\pm1$
$\therefore\ a=1\ (\because\ a>0)$

13. 이차방정식 $3x^2-3x-9=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2+4\alpha\beta+\beta^2$ 의 값은?

① -3　② -5　③ 5　④ 10　⑤ 15

해설

$\alpha+\beta=\frac{3}{3}=1,\ \alpha\beta=-\frac{9}{3}=-3$

$$\begin{aligned}\alpha^2+4\alpha\beta+\beta^2 &= (\alpha+\beta)^2+2\alpha\beta \\ &= 1^2+2\times(-3)=-5\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때, $a,\ b,\ c$ 의 값은?

① $a=-2,\ b=-3,\ c=-5$
② $a=2,\ b=-3,\ c=-5$
③ $a=-2,\ b=3,\ c=5$
④ $a=2,\ b=3,\ c=5$
⑤ $a=-2,\ b=3,\ c=-5$

해설

$(x+1)(2x-5)=0$
$2x^2-3x-5=0$
$\therefore\ a=2,\ b=-3,\ c=-5$

15. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0(xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 에서 $(x - 3y)^2 = 0$

$\therefore x = 3y$

$x^2 = 9y^2$ 이므로 $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 에 대입하면

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$

따라서 $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{2}$ 이다.

16. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1)=\frac{1}{3}(x-2)^2$$

① 1, −7　② −7, 2　③ −4, 9　④ 3, −5　⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$3(x-2)(x+1)=2(x-2)^2$

$3x^2-3x-6=2x^2-8x+8$

$x^2+5x-14=0$

$(x+7)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-7$ 또는 $x=2$

17. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (k-2)^2 - 8m = 0$

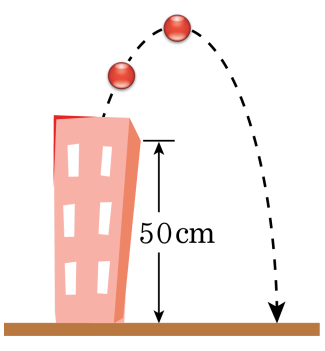
$(k-2)^2 = 8m$ 이므로

$(m, k) = (2, 6)$ 이다.

확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

$\therefore\ a + b = 37$

18. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로

$-5t^2 + 25t + 50 = 50$

$t = 5$

따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.

최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로

$h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\mathrm{m})$

19. 이차방정식 $3x^2 - 23x - ax + 7a + 19 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $a = 11$

▷ 정답 : $a = 27$

▷ 정답 : $a = 35$

해설

a 에 관하여 정리하면

$3x^2 - 23x + 19 = a(x - 7)$

$a = \dfrac{3x^2 - 23x + 19}{x - 7} = \dfrac{(x - 7)(3x - 2) + 5}{x - 7}$

$a = 3x - 2 + \dfrac{5}{x - 7}$

a 는 정수이므로 $x - 7 = \pm 1,\ \pm 5$

$\therefore\ x = 8$ 일 때, $a = 27$, $x = 6$ 일 때, $a = 11$

$\therefore\ x = 12$ 일 때, $a = 35$, $x = 2$ 일 때, $a = 3$

20. 이차방정식 $ax^2 - \left(\frac{a}{b} + 3\right)x + \frac{a}{b} + 1 = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 -2 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{16}$

해설

x^2 의 계수가 a 이고 두 근의 합이 2, 곱이 -2 인 이차방정식은 $a(x^2 - 2x - 2) = 0$ 이고 주어진 식의 계수와 비교하면

$-\left(\frac{a}{b} + 3\right) = -2a \cdots$ ㉠

$\frac{a}{b} + 1 = -2a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = -\frac{1}{4}$

$\therefore a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$