

1. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $\Delta, \nabla$ 를  $A\Delta B = 2A + B, A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때  $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ①  $2x^3 - 18x - 10$                       ②  $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$   
③  $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$             ④  $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$   
⑤  $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후  $A, B$ 에 대입하여 정리한다.

2.  $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식  $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$  나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

①  $2x - 3$

②  $2x$

③  $3x + 2$

④  $4x$

⑤  $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를  $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

3.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를  $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가  $x + 3$ 이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

4.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

5. 두 다항식  $(1+x+x^2+x^3)^3$ ,  $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

①  $4^3 - 5^3$

②  $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이  $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로  $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때  $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은  $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의  $x^3$ 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

6.  $a+b+c=0$ ,  $a^2+b^2+c^2=1$  일 때,  $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \\ \therefore ab+bc+ca &= -\frac{1}{2} \\ 4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2) &= 4\{(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)\} \\ &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1\end{aligned}$$

7.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

8.  $x$ 에 관계없이  $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{2x-b} &= k \text{라 놓으면,} \\ (2k-1)x + (a-bk) &= 0 \\ \therefore 2k-1 &= 0, a=bk \text{이므로} \\ k &= \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.} \\ \therefore \frac{b}{a} &= 2 \end{aligned}$$

9.  $x-y=1$ 을 만족하는 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $ax^2+bx+cy^2-1=0$ 이 항상 성립할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$y = x - 1$ 을 준식에 대입하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(a+b+c)x^2 - (b+2c)x + c - 1 = 0$   
 $x$ 에 대한 항등식이므로  
 $a+b+c=0, b+2c=0, c-1=0$   
 $\therefore a=1, b=-2, c=1$   
 $\therefore a+b+c=0$

10.  $x$ 의 다항식  $x^3 + ax + b$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가  $2x + 1$ 이 되도록 상수  $a, b$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,  
몫을  $x+q$ 라 하면 (일반적으로  $px+q$ 로 해야겠지만  $x^3$ 의 계수가 1이므로  $x+q$ )

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x-2)(x-1)(x+q) + 2x + 1$$

이 등식은  $x$ 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

11.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수  $m-n$ 의 값은?

- ① 4      ②  $\frac{13}{3}$       ③  $\frac{14}{3}$       ④ 5      ⑤  $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에  $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \text{①}$$

$$x = 2$$
일 때,  $(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \text{②}$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

12.  $x$  에 대한 다항식  $f(x)$  를  $x^2 - 3x + 2$  로 나누었을 때의 나머지가  $x + 4$  이고,  $x^2 - 4x + 3$  으로 나누었을 때의 나머지가  $2x + 3$  일 때,  $f(x)$  를  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  으로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$  라 하자. 이때  $R(10)$  의 값은?

- ① 86      ② 88      ③ 90      ④ 92      ⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \text{㉠}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \text{㉡}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면,  $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

13. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

14. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + c$  를  $x+2$ 로 나누면 3이 남고,  $x^2-1$ 로 나누면 떨어진다. 이 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x+2)Q_1(x) + 3$$

$$= (x+1)(x-1)Q_2(x)$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입, } -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

15. 다음 중  $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ①  $x^2 - 2xy - 4y^2$     ②  $x^2 - 2xy + 4y^2$     ③  $x^2 + 2xy + 4y^2$   
④  $x^2 - 4xy - 7y^2$     ⑤  $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\ &= \{(x+y) - 2y\} \{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\ &= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\ &= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

16. 다항식  $x^4 + x^2y^2 + 25y^4$ 을 인수분해 하였더니  $(x^2 + mxy + 5y^2)(x^2 + nxy + 5y^2)$ 가 되었다. 이 때 상수  $m, n$ 의 합  $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① -6      ② -3      ③ 0      ④ 3      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 10x^2y^2 + 25y^4 - 9x^2y^2 \\ &= (x^2 + 5y^2)^2 - (3xy)^2 \\ &= (x^2 + 5y^2 - 3xy)(x^2 + 5y^2 + 3xy) \\ \therefore m + n &= 0\end{aligned}$$

17.  $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= (x - (y - 2))(2x + (3y + 1)) \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore & a = -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

18. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{㉠}} a + \boxed{\text{㉡}}(b-c) \\
 &= \boxed{\text{㉢}} \{a^2 - \boxed{\text{㉣}} a + \boxed{\text{㉤}}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{㉥}}
 \end{aligned}$$

- ① (가)  $(b^2 - c^2)$       ② (나)  $bc$       ③ (다)  $(b - c)$   
 ④ (라)  $(b + c)$       ⑤ (마)  $(c - a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)} a + \boxed{bc}(b-c) \\
 &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)} a + \boxed{bc}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
 \end{aligned}$$

19.  $11 \cdot 13^3 + 33 \cdot 13^2 + 33 \cdot 13 + 11$ 의 인수가 아닌 것을 고르면?

- ① 3      ② 7      ③ 11      ④ 14      ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & 11 = a, 13 = b \text{ 라 하면} \\ & a \cdot b^3 + 3ab^2 + 3ab + a \\ & = a(b^3 + 3b^2 + 3b + 1) \\ & = a(b+1)^3 = 11 \cdot 14^3 \\ & = 11 \times 2^3 \times 7^3 \end{aligned}$$

20. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여  $A \otimes B$ 를  $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때,  $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단,  $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

- ① -1      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (x \otimes x^2) &= \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1} \\ (x^2 - x) \otimes (x - 1) &= \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)} \\ &= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x^2 - 2x + 1)} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\ &= -\frac{1}{x-1} \\ \therefore (\text{주어진 식}) &= \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1 \end{aligned}$$