

1. 집합  $A = \{0, 1, 2\}$  일 때, 집합  $A$  의 부분집합이 아닌 것은?

①  $\{0\}$

②  $\{\emptyset\}$

③  $\emptyset$

④  $\{0, 2\}$

⑤  $\{0, 1, 2\}$

해설

집합  $A$  의 부분집합 :  $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

2. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합에 대하여 주어진 집합 ㉠, ㉡, ㉢에 대하여 서로 같은 것을 ㉠, ㉡, ㉢ 중 찾아 순서대로 쓰시오.

- ㉠  $\{1, 2, 4\}^C$   
 ㉡  $(\{1, 2, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5, 6\})^C$   
 ㉢  $\{1, 3, 4, 6\}^C$

- ㉠  $\{2, 5\}$   
 ㉡  $\{3, 5, 6\}$   
 ㉢  $\{1, 4, 6\}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

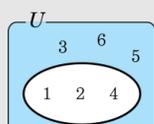
▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

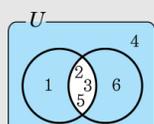
▷ 정답: ㉠

해설

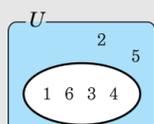
i)  $\{1, 2, 4\}^C$  을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



ii)  $(\{1, 2, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5, 6\})^C$  을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



iii)  $\{1, 3, 4, 6\}^C$  을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



3. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $n(U) = 20, n(A) = 9, n(B) = 7, n(A^c) = a, n(B^c) = b$  일 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 11      ② 13      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

해설

$$a = n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11$$

$$b = n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13$$

$$\therefore a + b = 11 + 13 = 24$$

4.  $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 11 \text{보다 작은 홀수}\}$  일 때,  $n(A) + n(B)$  의 값은?

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

해설

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  이므로  $n(B) = 5$   
 $\therefore n(A) + n(B) = 7 + 5 = 12$

5. 두 집합  $A = \{a+1, 4, 6\}$ ,  $B = \{b, 5, 6\}$  에 대하여  $A = B$  일 때,  $a+b$  의 값은?

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

해설

$A = B$  이므로  $a+1 = 5$ ,  $a = 4$ ,  $b = 4$   
 $\therefore a+b = 8$

6. 세 집합  $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ ,  $C = \{x|x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 에 대하여  $(A \cup C) \cap B$ 는?

- ① {4, 8, 16}
- ② {1, 2, 4}
- ③ {1, 2, 6, 8}
- ④ {3, 6, 12}
- ⑤ {1, 2, 3, 4, 6, 12}

**해설**

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면  
 $A = \{1, 2, 5, 10\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ ,  $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.  
 $A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이 된다.  
집합  $B$ 와의 공통 원소를 찾으면 {1, 2, 4}가 된다.

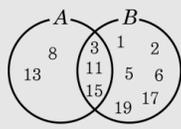
7. 집합  $A = \{3, 8, 11, 13, 15\}$  이고  $A \cap B = \{3, 11, 15\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 19\}$  일 때, 집합  $B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 79

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음 그림과 같다.



$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 11, 15, 17, 19\}$

집합  $B$ 의 모든 원소의 합은

$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 11 + 15 + 17 + 19 = 79$  이다.

8. 집합  $A$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $A \subset A$       ②  $A \subset (A \cap B)$       ③  $A \supset \emptyset$   
④  $A \subset (A \cup B)$       ⑤  $(A \cap B) \subset B$

해설

②  $(A \cap B) \subset A$  이므로 옳지 않다.

9. 두 집합  $A = \{b, c, d, f, g\}$ ,  $B = \{a, b, d, e, f, g, h\}$  에 대하여  $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$  를 만족하는 집합  $X$  의 개수는?

- ① 8 개    ② 10 개    ③ 12 개    ④ 14개    ⑤ 16 개

해설

$\{b, d, f, g\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  이므로 집합  $X$  는  $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  의 부분집합 중  $b, d, f, g$  를 원소로 갖는 집합이다.  
따라서 집합  $X$  의 개수는  $2^4 = 16$  (개)이다.

10.  $n(A) = 20$ ,  $n(A \cup B) = 48$ ,  $n(A \cap B) = 4$  일 때,  $n(B)$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 32

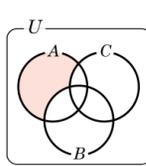
해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$48 = 20 + n(B) - 4$$

$$\therefore n(B) = 32$$

11. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? (단,  $U$ 는 전체집합,  $X^c$ 는  $X$ 의 여집합을 나타낸다.)



- ①  $A \cap (B \cup C)^c$                       ②  $A \cup (B \cup C)^c$   
 ③  $A \cap (B^c \cap C)^c$                       ④  $A \cap (B^c \cap C^c)^c$   
 ⑤  $A \cap (B^c \cup C^c)^c$

**해설**

각각 벤 다이어그램을 그려서 확인하면 된다. 모두 그려서 확인하지 않고 주어진 벤 다이어그램을 보고 그에 맞는 집합의 연산을 생각해 보면 색칠한 부분은  $A - (B \cup C)$ 임을 알 수 있고  $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$ 이다.

12. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

- ①  $x^2 = 1$ 이면  $x^3 = 1$ 이다.
- ②  $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- ③  $|x| > 0$ 이면  $x > 0$ 이다.
- ④  $|x + y| = |x - y|$  이면  $xy = 0$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

**해설**

- ①  $x = -1$ 이면  $x^2 = 1$ 이지만  $x^3 = -1$  이므로 거짓인 명제이다.
- ②  $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$  이므로 거짓인 명제이다.
- ③  $x = -2$ 이면  $|-2| = 2 > 0$  이지만  $-2 < 0$  이므로 거짓인 명제이다.
- ④  $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면  $(x + y)^2 = (x - y)^2$   
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$  따라서, 참인 명제이다.
- ⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.



14.  $x > 0, y > 0$  일 때,  $\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right)$  의 최솟값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$$\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right) = 20 + 3\left(xy + \frac{4}{xy}\right)$$

산술기하조건을 사용하면

$$xy + \frac{4}{xy} \geq 2\sqrt{xy \times \left(\frac{4}{xy}\right)} = 4$$

$$\therefore \text{최솟값} : 20 + 3 \times 4 = 32$$

15.  $x$ 가 양의 실수 일 때,  $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의  $x$ 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 1

해설

$x^2 > 0$ ,  $\frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는  $x^2 = \frac{1}{x^2}$  일 때 성립하므로  $x^4 = 1$

따라서 양의 실수  $x$ 는 1이다.

최솟값은 3이고,  $x$ 값은 1이다.

16.  $a, b, x, y$ 가 실수이고,  $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$ 일 때  $ax + by$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16      ② -4      ③ 0      ④ 4      ⑤ 16

해설

$a, b, x, y$ 가 실수이므로  
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여  
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$   
 $8 \times 2 \geq (ax + by)^2$   
 $\therefore -4 \leq ax + by \leq 4$   
(최댓값)  $\times$  (최솟값) = -16



18. 두 조건  $p, q$  의 진리집합을 각각  $P, Q$  라 하자.  $p \rightarrow q$  가 참일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $P \cap Q = P$       ②  $P \cup Q = Q$       ③  $P - Q = \emptyset$   
④  $P \subset Q$       ⑤  $Q - P = Q$

해설

$p \rightarrow q$  가 참이면  $P \subset Q$  이므로  $P \cap Q = P, P \cup Q = Q, P - Q = \emptyset$  따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19. 「 $a, b$ 가 정수일 때,  $ab$ 가 짝수이면  $a$  또는  $b$ 는 짝수이다.」라는 명제를 다음과 같이 증명하려고 한다.

주어진 명제의 대우를 쓰면「 $a, b$ 가 정수일 때,  $a, b$ 가 모두 홀수이면  $ab$ 도 홀수이다.」와 같다. 여기서  $a, b$ 를  $a = 2k + 1$ ,  $b = 2l + 1$  (단,  $k, l$ 은 정수)로 놓으면  $ab = (2k + 1)(2l + 1) = 4kl + 2k + 2l + 1 = 2(2kl + k + l) + 1$ 로,  $l$ 은 정수이므로  $2kl + k + l$ 도 (㉠)이다. 그러므로  $ab$ 는 (㉡)이다. 따라서, 주어진 명제의 대우가 (㉢)이므로 주어진 명제도 (㉢)이다.

이 때, ( )안에 알맞은 것을 ㉠, ㉡, ㉢ 순서대로 바르게 나타낸 것은?

- |             |              |
|-------------|--------------|
| ① 짝수, 정수, 참 | ② 홀수, 홀수, 거짓 |
| ③ 정수, 홀수, 참 | ④ 홀수, 짝수, 거짓 |
| ⑤ 정수, 짝수, 참 |              |

**해설**

$k, l$ 이 정수일 때,  $2kl + k + l$ 도 정수이다. 따라서,  $ab = 2(2kl + k + l) + 1$ 은 홀수가 된다. 대우가 참이면 주어진 명제는 항상 참이다.

20. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A - (A - B) = A$  이기 위한 필요충분조건이 아닌 것은?

- ①  $A \subset B$       ②  $A^c \subset B^c$       ③  $A - B = \emptyset$   
④  $A \cup B = B$       ⑤  $A^c \cap B^c = B^c$

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B \\ \therefore A \cap B = A, \text{ 즉 } A \subset B \end{aligned}$$