

1. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

2. 두 점 A (1, -1), B (4, -5)을 잇는 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q의 좌표는?

① (4, -1)

② $\left(\frac{11}{2}, -7\right)$

③ $\left(-3, \frac{15}{2}\right)$

④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$

⑤ (3, 1)

해설

$$\left(\frac{12-1}{3-1}, \frac{-15+1}{3-1}\right) = \left(\frac{11}{2}, -7\right)$$

3. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4), 변 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3), 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 꼭짓점 B, C의 좌표를 구하면?

- ① B(-5, 2), C(5, 1) ② B(-6, 2), C(4, 0)
③ B(-7, 2), C(5, 0) ④ B(-7, -1), C(4, 0)
⑤ B(-7, -2), C(5, -1)

해설

B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)으로 놓으면

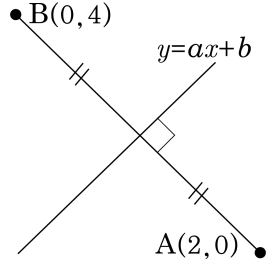
$$\frac{5+x_2}{2} = -1, \frac{4+y_2}{2} = 3,$$

$$\frac{5+x_2+x_3}{3} = 1, \frac{4+y_2+y_3}{3} = 2$$

$$\therefore x_2 = -7, y_2 = 2, x_3 = 5, y_3 = 0$$

$$\therefore \text{즉, B}(-7, 2), \text{C}(5, 0)$$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하는 직선 l 을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -4

해설

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{4-0}{0-2} = -2$ 이므로

구하는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

또, $\overline{AB}$ 의 중점 M 은

$$M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1, 2)$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1) \therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

5. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x - 1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

② $(x - 1)x(x + 2)$

③ $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

④ $(x - 2)(x - 1)(x + 2)$

⑤ $(x - 2)(x + 1)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2 + k = 0, \quad \therefore k = -2 \\ \therefore f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x - 1)(x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

6. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉣}} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{-2}\sqrt{-2} = \sqrt{2}i\sqrt{2}i = 2i^2 = -2$
따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

7. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

(1) $x(5x - 4) = 4(x - 1)$
(2) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$

- ① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

(1) $x(5x - 4) = 4(x - 1)$
 $\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$
 $\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$

(2) $x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

8. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z 를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$

의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{cases} x+y=1 \cdots \textcircled{1} \\ y+z=3 \cdots \textcircled{2} \\ z+x=4 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \Rightarrow 2(x+y+z) = 8$$

$$x+y+z = 4 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{1} \Rightarrow z = 3$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{2} \Rightarrow x = 1$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{3} \Rightarrow y = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 10$$

10. 다음 그림에서 $\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이다. 다음 빈칸에 적합한 수를 채워라.(단, 기약분수 형태로 써라).

A

C

B

$\overline{AC} = (\quad) \overline{AB},$

$\overline{BC} = (\quad) \overline{AB},$

$\overline{AC} = (\quad) \overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{AB} = 2 : 5$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{2}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{2} \overline{BC}$ 이다.

11. 두 집합 A, B 에 관하여 $n(A \cap B) = 2, n(B) = 6, n(A \cup B) = 9$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A) = n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(B)$$

$$= 9 + 2 - 6 = 5$$

$$\therefore n(A) = 5$$

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A - B = \{1, 5\}$

② $B^c = \{1, 5, 6, 7\}$

③ $A \cap B = \{3\}$

④ $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$

⑤ $B - A^c = \{3\}$

해설

④ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A \subset B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B^C \subset A^C$

② $A - B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = B$

⑤ $B - A = \emptyset$

해설

⑤ $A - B = \emptyset$ 이다.

14. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 5$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 이 성립할 때 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 에서
 $f(g^{-1}(a)) = 1$ $f(1) = 1$ 이므로
 $\therefore g^{-1}(a) = 1$ 에서 $a = g(1) = 4$

15. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

16. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

17. 수열 $1, a, \frac{1}{16}, b, \dots$ 가 등비수열을 이룰 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

첫째항 = 1, 공비 = a

$$a_n = a^{n-1}$$

$$a_3 = a^2 = \frac{1}{16} \quad \therefore a = \pm \frac{1}{4}$$

$$a_4 = a^3 = \pm \frac{1}{64} = b$$

$$\therefore \frac{\pm \frac{1}{4}}{\pm \frac{1}{64}} = \frac{64}{4} = 16 (\because \text{복호동순})$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 다음 중 $b_{10}+b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20}$ 과 같은 것은?

① $a_{20} - a_9$

② $a_{20} - a_{10}$

③ $a_{21} - a_9$

④ $a_{21} - a_{10}$

⑤ $a_{21} - a_{11}$

해설

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \text{ 이므로} \\ a_{21} &= a_1 + b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{20} \\ b_{10} + b_{11} + b_{12} + \cdots + b_{20} \\ &= a_{21} - (a_1 + b_1 + b_2 + \cdots + b_9) \\ &= a_{21} - a_{10} \end{aligned}$$

19. $x \geq 0$ 일 때, $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ 를 간단히 하면?

- ① $x\sqrt{x}$ ② $x\sqrt[4]{x}$ ③ $\sqrt[8]{x}$ ④ $\sqrt[8]{x^3}$ ⑤ $\sqrt[8]{x^7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\ &= (x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} \end{aligned}$$

20. $(3 - \sqrt{2})^{-1} \times (11 + 6\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}} = a$ 일 때, $\frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{3 - \sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{11 + 2\sqrt{18}}} \\ &= \frac{1}{(3 - \sqrt{2}) \times (3 + \sqrt{2})} = \frac{1}{7} \\ \therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

21. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{100}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값은?

① $1-i$

② 0

③ $-1-i$

④ 2

⑤ $1+i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \frac{1-i}{1+i} = -i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i)$$

$$= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}$$

$$= (-i)^{100} + (i)^{100} = 2$$

$$\ast i^4 = 1 \text{ 이므로 } i^{4k} = 1$$

22. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면
 $(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$
이 식을 정리하면
 $(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$
무리수가 서로 같은 조건에 의하여
 $260 - 26m = 0$, $160 - 16m = 0$
따라서, $m = 10$
계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.
나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서
 $(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $\alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$
 $\therefore m = 10$

23. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

② $\omega + \frac{1}{\omega} = -1$

③ $(1 + \omega^2)^2 = \omega$

④ $(1 + \omega)^{10} = \omega^2$

⑤ $\omega^3 = 1$

해설

$$x^3 = 1$$

$$(x^3 - 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

ω 는 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근이다.

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

①식을 ω 로 나누면

$$\omega + \frac{1}{\omega} = -1 (\textcircled{\times})$$

$$\textcircled{3} \quad (1 + \omega^2)^2 = (-\omega)^2 = \omega^2 (\textcircled{\times})$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad (1 + \omega)^{10} &= (-\omega^2)^{10} \\ &= \omega^{20} \\ &= (\omega^3)^6 \omega^2 \\ &= \omega^2 \quad (\textcircled{\times}) \end{aligned}$$

24. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 2^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 값은?

① 511 ② 512 ③ 513 ④ 1023 ⑤ 1025

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 하면

$$a_{n+1} - a_n = 2^n \text{ 이므로 } b_n = 2^n$$

따라서 $n \geq 2$ 일 때,

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k = 1 + \frac{2(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} \text{ 이때, } a_1 = 1 \text{ 은 } \textcircled{1} \text{을 만}$$
$$= 2^n - 1 \dots\dots \textcircled{1}$$

즉시킴으로 구하는 일반항은 $a_n = 2^n - 1$

$$\therefore a_9 = 2^9 - 1 = 511$$

25. $x = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4}$ 의 값은?

① $\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

③ $\sqrt[4]{2} - \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

④ $\sqrt[4]{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

⑤ $\sqrt[8]{2} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}}$

해설

$$x^2 + 4 = 2^{\frac{1}{4}} + 2 + 2^{-\frac{1}{4}} = \left(2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}}\right)^2$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} = 2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{2} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}}$$