

1. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차 (시간)	1	-2	3	x	0

- ① 3 ② 3.2 ③ 3.4 ④ 3.6 ⑤ 3.8

해설

편차의 합은 0 이므로
 $1 - 2 + 3 + x + 0 = 0, \quad x + 2 = 0 \quad \therefore x = -2$
따라서 분산은
 $\frac{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + (-2)^2 + 0^2}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$

2. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 고른 선수는?

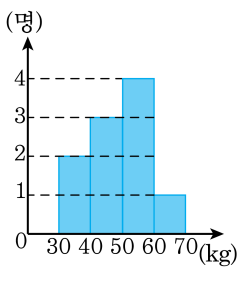
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 A이다.

3. 다음 그림은 영희네 분단 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

학생들의 몸무게의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} =$$

$$\frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

4. 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle B = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AC}$ 가 빗변이다.

따라서 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

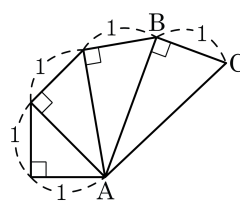
$$15^2 = x^2 + 12^2$$

$$x^2 = 81$$

$x > 0$ 이므로 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?

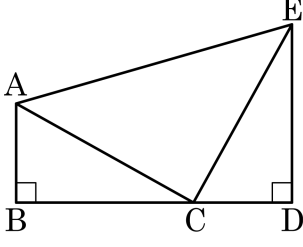
- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$



해설

$$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{이다.}$$

6. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{DE} = 9\text{ cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



- ① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로
 $\overline{AC} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$ 이다.
 $\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE =$
 $\frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$
따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

7. 세 변의 길이가 $a+1$, $a+2$, $a+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+3$ 이 가장 긴 변의 길이이므로

$$(a+3)^2 = (a+2)^2 + (a+1)^2, a^2 + 6a + 9 = a^2 + 4a + 4 + a^2 + 2a + 1$$

$$a^2 = 4, a = 2 \quad (\because a > -1)$$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

9. 세 수 a, b, c 의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

a, b, c 의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 6$

$\therefore a+b+c = 18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

10. 철수의 4회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84점이 되겠는가?

① 90 점 ② 92 점 ③ 94 점 ④ 96 점 ⑤ 98 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{80 + 82 + 86 + 76 + x}{5} = 84$$

$$\frac{324 + x}{5} = 84$$

$$324 + x = 420$$

$$\therefore x = 96(\text{점})$$

11. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9, 8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

12. 다음 표는 5 명의 학생의 키를 나타낸 것이다. 평균이 175cm 이고 분산이 3.2 일 때, 준호와 성준이의 키를 구하여라.(단, 준호의 키가 성준의 키보다 더 크다.)

학생	규호	준호	규철	성준	영훈
키 (cm)	176	x	174	y	172

▶ 답: cm

▶ 답: cm

▷ 정답 : 준호 : 177cm

▷ 정답 : 성준 : 176cm

해설

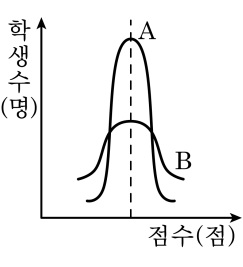
$$\frac{176 + x + 174 + y + 172}{5} = 175, x + y = 353 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1+(x-175)^2+1+(y-175)^2+9}{5}=3.2, (x-175)^2+(y-175)^2=5 \text{ 이다.}$$

트 시으 여리해사

두 식을 연립해서 풀면, $x = 177$, $y = 176$ 이다.

13. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?

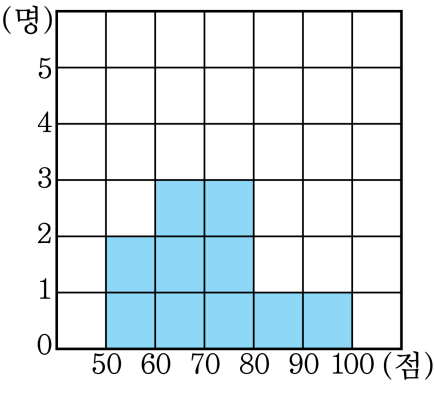


- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

14. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

해설

평균: $\frac{55 \times 2 + 65 \times 3 + 75 \times 3 + 85 \times 1 + 95 \times 1}{10} = 71$

편차: -16, -6, 4, 14, 24

분산: $\frac{(-16)^2 \times 2 + (-6)^2 \times 3 + 4^2 \times 3 + 14^2 \times 1 + 24^2 \times 1}{10} = 144$

15. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	6
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	8
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	3
합계	20

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

(평균) = $\frac{\{(계급값) \times (도수)\}의 총합}{(도수)의 총합}$

= $\frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$

= $\frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(회)$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$\frac{1}{20} \{ (4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3 \}$

= $\frac{1}{20} (54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

16. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	3
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	2
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

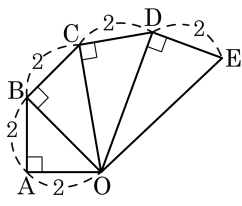
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10} \\
 &= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (27 + 3 + 2 + 18) = 5
 \end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 $\triangle ODE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

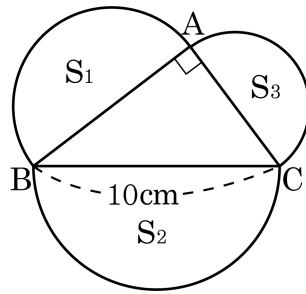
▷ 정답 : 4

해설

$\overline{OD} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2} = 4$ 이다.

따라서 $\triangle ODE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ 이다.

18. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?

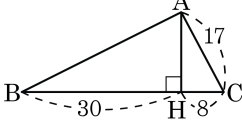


- ① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
 ④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} S_1 + S_3 &= S_2 \\ S_1 + S_2 + S_3 &= 2S_2 \\ \therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} &= 25\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



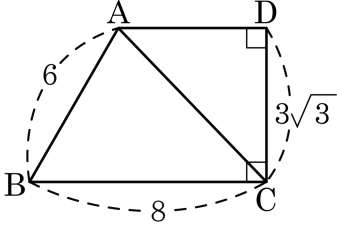
▶ 답 :

▷ 정답 : $15\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \\ \overline{AB} &= \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{225 + 900} = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5}\end{aligned}$$

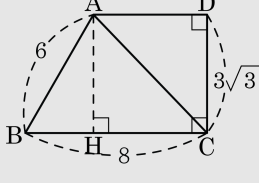
20. 가로 길이가 8, 세로 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H 라 하면,

$$\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$$

$$\triangle ABH \text{ 에서 } 6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$$

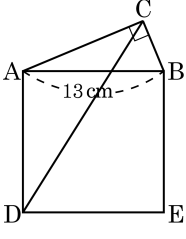
$$\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5 \text{ 이므로}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$$

21. 다음 그림은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\text{ cm}$, $\triangle ACD = 72\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

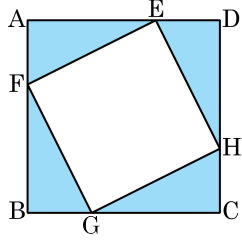
- ① 21 cm^2 ② 22 cm^2 ③ 25 cm^2
 ④ 30 cm^2 ⑤ 40 cm^2



해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 144 cm^2 이다.
 또, $\square ADEB = 13^2 = 169\text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
 $169 - 144 = 25\text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.

22. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$, $\overline{EF} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



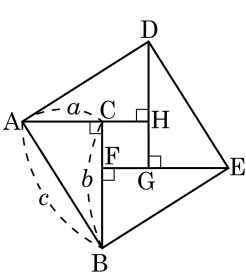
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{EF}^2$ 이 성립한다.
 $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AE} = 2k$, $\overline{AF} = k$ ($k > 0$) 라 하면
 $(2k)^2 + k^2 = 5$ 에서 $k = 1$ 이므로 $\overline{AF} = 1$, $\overline{AE} = 2$ 가 성립한다.
따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{AF} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

23. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

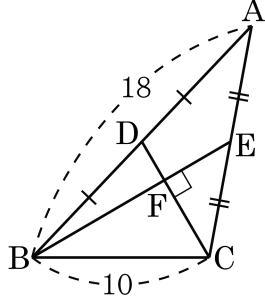


- ① $\triangle ABC \cong \triangle EDG$
- ② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$
- ③ $\overline{FG} = b - a$
- ④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$
- ⑤ $\square CFGH$ 는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

24. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



- ① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

$\square DBCE$ 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

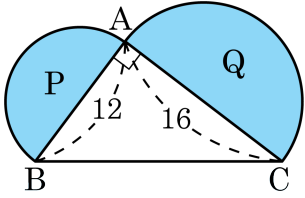
$$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$

$$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$$

$$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$$

$$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$$

25. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, P + Q 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50π

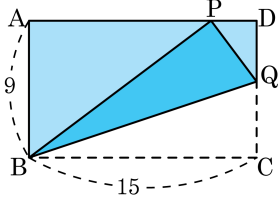
해설

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$$

P + Q는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

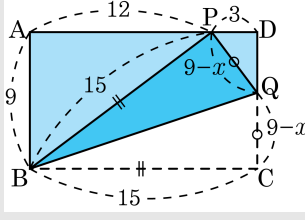
$$P + Q = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \pi = 50\pi$$

26. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BQ}$ 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 C 가 AD 위의 점 P 에 겹쳐졌다. 이 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



- ① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 12 ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ 24

해설



$$\overline{DQ} = x \text{ 라 하면 } \overline{CQ} = 9 - x$$

$$\overline{BP} = \overline{BC} = 15 \text{ 이므로 } \overline{AP} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12, \overline{PD} = 3$$

$$\triangle DPQ \text{ 에서 } (9 - x)^2 = x^2 + 3^2$$

$$18x = 72 \therefore x = 4$$

$$\therefore \triangle DPQ = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

27. 지호네 반 학생 40 명의 몸무게의 평균은 60 kg 이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38 명의 몸무게의 평균이 59.5 kg 이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

- ① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg
④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40 명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400$ (kg)

전학생 2명을 뺀 38 명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261$ (kg)

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139$ (kg)

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5$ (kg)

28. 다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이고, 분산이 4 일 때,
6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$

해설

다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이므로

$$\frac{1+2+a+b+3}{5}=2, \quad a+b+6=10$$

$$\therefore a+b=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(1-2)^2+(2-2)^2+(a-2)^2}{5}$$

$$+\frac{(b-2)^2+(3-2)^2}{5}=4$$

$$\frac{1+0+a^2-4a+4+b^2-4b+4+1}{5}=4$$

$$\frac{a^2+b^2-4(a+b)+10}{5}=4$$

$$a^2+b^2-4(a+b)+10=20$$

$$\therefore a^2+b^2-4(a+b)=10 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2=4(a+b)+10=4\times 4+10=26$$

따라서 6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4}\left(6+8+\frac{a^2}{3}+\frac{b^2}{3}\right)=\frac{1}{4}\left\{14+\frac{1}{3}(a^2+b^2)\right\}=\frac{17}{3} \text{ 이다.}$$

29. 변량 $x_1, x_2, + \dots + x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균 m 과 표준편차 n 의 합 $m + n$ 을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\frac{x_1, x_2, + \dots + x_n}{n} = 4$$
$$\frac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \dots + (3x_n - 5) +}{n}$$
$$= \frac{3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 5n}{n}$$
$$= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m$$
$$\frac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2}{n} = 3^2 = 9 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n}$$
$$+ \frac{\dots + (3x_n - 5 - 7)^2}{n}$$
$$= \frac{\{3(x_1 - 4)^2\} + \{3(x_2 - 4)^2\} + \dots + \{3(x_n - 4)^2\}}{n}$$
$$= \frac{9 \{ (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2 \}}{n}$$
$$= 9 \cdot 9 = 81$$

따라서 표준편차 $n = \sqrt{81} = 9$ 이다.

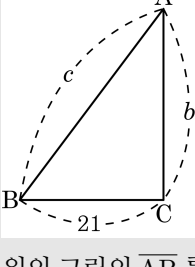
따라서 $m + n = 7 + 9 = 16$ 이다.

30. 세 변의 길이가 모두 자연수이고, $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{BC} < \overline{AC}$ 인 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 294

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ 라 하자. (단, b , c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 21^2 + b^2, \quad c^2 - b^2 = 21^2$$

$$(c - b)(c + b) = 3^2 \times 7^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times 21$ 이 최소가 되려면

b 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + b > c - b$ 인 경우를 순서쌍 $(c + b, c - b)$ 로 나타내어 보면

$$(c + b, c - b) = (7^2, 3^2), (7^2 \times 3, 3), (7 \times 3^2, 7), (7^2 \times 3^2, 1)$$

이때, b 의 값이 최소가 되는 경우는

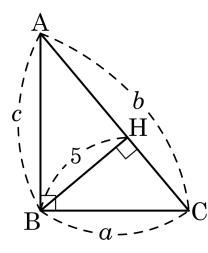
$$c + b = 7 \times 3^2, \quad c - b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore c = 35, \quad b = 28 \quad (b > 21 \text{ 에 만족한다.})$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 21 \times 28 = 294 \text{ 이다.}$$

31. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



- ① 25 cm^2 ② $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$
 ④ 5 cm^2 ⑤ 10 cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
 $b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
 $2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
 또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
 $5b = ac \cdots (2)$
 (1)에 (2)를 대입하면
 $30b = 100$ 에서
 $b = \frac{100}{30}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$

32. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 9$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB, BC 의 중점을 각각 D, E 이라 할 때, 선분 AE와 선분 CD가 수직이 된다. 이때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $21 + 3\sqrt{5}$

해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}x$

$\square DECA$ 에서 $\overline{AE} \perp \overline{DC}$ 이므로

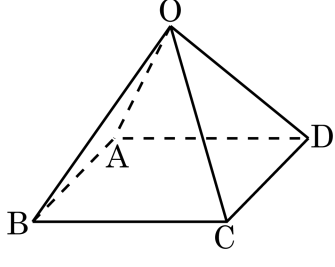
$$\overline{AD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$$

$$6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + x^2$$

$$\therefore x = 3\sqrt{5}$$

따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $12 + 9 + 3\sqrt{5} = 21 + 3\sqrt{5}$ 이다.

33. 다음과 같이 밑면이 직사각형인 사각뿔 O - ABCD 에서 $\overline{OA} = 4$, $\overline{OB} = 6$, $\overline{OC} = 8$ 일 때, 선분 OD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $2\sqrt{11}$

해설

점 O 에서 밑면에 그은 수선의 발과 점 A, B, C, D 사이의 거리를 a, b, c, d 라 하면

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

이때, 사각뿔의 높이를 l , $\overline{OD} = x$ 라 하면

$$a^2 + l^2 = 4^2 \quad (1)$$

$$b^2 + l^2 = 6^2 \quad (2)$$

$$c^2 + l^2 = 8^2 \quad (3)$$

$$d^2 + l^2 = x^2 \quad (4)$$

$$(1) + (3) \text{를 하면 } a^2 + c^2 + 2l^2 = 4^2 + 8^2$$

$$(2) + (4) \text{를 하면 } b^2 + d^2 + 2l^2 = 6^2 + x^2$$

$$\text{그런데, } a^2 + c^2 = b^2 + d^2 \text{ 이므로 } 4^2 + 8^2 = 6^2 + x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$$