

1. 다음 중 집합인 것을 모두 골라 기호로 써라.

- ☐

우리 나라 지하철 노선의 모임
- ☐

우리 반에서 컴퓨터를 잘 하는 학생의 모임
- ☐

우리 학교에서 똥똥한 학생의 모임
- ☐

가장 큰 5의 배수의 모임
- ☐

10에 가장 가까운 홀수의 모임
- ☐

1보다 작은 자연수의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

‘잘하는’, ‘똥똥한’, ‘가장 큰 배수’ 는 정확한 기준이 될 수 없다. 그러므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, $n(A) = 2$
- ㉡ $B = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(B) = 4$
- ㉢ $n(\phi) = 1$
- ㉤ $C = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 이면, $n(C) = 90$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\{4, 8\}$ 이므로 $n(A) = 2$ 이다.
- ㉡ $\{1, 3, 9, 27\}$ 이므로 $n(B) = 4$ 이다.
- ㉢ 공집합은 원소의 개수가 없다. 그러므로 $n(\phi) = 0$ 이다.
- ㉤ $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ 이므로 $n(C) = 99 - 9 = 90$ 이다.

3. 다음 중 집합 $A = \{4, 8, 16\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② A

③ $\{8\}$

④ $\{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 16\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{4\}, \{8\}, \{16\}, \{4, 8\}, \{4, 16\}, \{8, 16\}, \{4, 8, 16\}$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 4, 8\}$, $B = \{8, 1, x\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 한다. 따라서 $x = 4$ 이다.

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 양의 약수}\}$ 의 진부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 6 개

▷ 정답 : 63개

해설

$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이므로
집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^6 - 1 = 63$ (개)

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 14 \text{ 의 약수}\}$ 에서 원소 7을 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
 $\{1, 2, 7, 14\}$ 이고, 원소 7을 반드시
포함하는 부분집합의 개수를 구하면
 $\{7\}, \{1, 7\}, \{2, 7\}, \{7, 14\}, \{1, 2, 7\}, \{1, 7, 14\},$
 $\{2, 7, 14\}, \{1, 2, 7, 14\}$ 이며 총 8 개 이다.

7. 두 집합 $A = \{3, 4, a + 1\}$, $B = \{a, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 5\}$ 일 때, 집합 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$A \cap B = \{4, 5\}$ 이므로 $A = \{3, 4, 5\}$

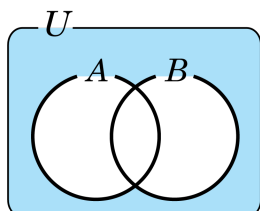
$\therefore a + 1 = 5$, $a = 4$

$B = \{4, 5, 6\}$

$\therefore A \cup B = \{3, 4, 5, 6\}$ 이다.

원소의 합은 $3 + 4 + 5 + 6 = 18$ 이다.

8. 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분을 옳게 나타낸 것은?



- ① $\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$ ② $\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \in B^c\}$
③ $\{x|x \in A^c \text{ 그리고 } x \in B\}$ ④ $\{x|x \in A^c \text{ 그리고 } x \in B^c\}$
⑤ $\{x|x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A \cup B)^c$ 을 나타낸다.
따라서 ④ $\{x|x \in A^c \text{ 그리고 } x \in B^c\}$ 이다.

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \cap B = B$
- ② $B - A = \emptyset$
- ③ $A^C \subset B^C$
- ④ $A^C \cup B = U$
- ⑤ $B \cap A^C = \emptyset$

해설

④ $B^C \cup A = U$

10. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 $A^c - B$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 6 ② 8 ③ 14 ④ 20 ⑤ 22

해설

$A^c - B = A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로
 $U - (A \cup B)$ 와 같은 결과를 찾으면 된다.
즉, $U - (A \cup B) = (A \cup B)^c = \{6\}$

12. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

13. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

14. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▶ 정답: 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

15. $a > 0$ 일 때, $2a + \frac{1}{2a}$ 의 최솟값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$a > 0$ 이므로 $2a > 0$ 산술기하평균의 관계로부터

$$2a + \frac{1}{2a} \geq 2 \cdot \sqrt{2a \cdot \frac{1}{2a}} = 2$$

16. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (-1)^2 + 4^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x - y + 4z)^2$
 $18(x^2 + y^2 + z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$
 $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$
따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은 1이다.

17. 다음은 두 집합 $A = \{x \mid x = 4k + 2, k \text{는 정수}\}$, $B = \{x \mid x = 4l - 2, l \text{은 정수}\}$ 가 서로 같은 집합임을 증명한 것이다. ㉞에 알맞은 것은?

(i) $x \in A$ 라고 하면 $x = 4k + 2$ (k 는 정수) 로 놓을 수 있다.
이때, $x = 4k + 2 = 4(k + 1) - 2$ 로 나타낼 수 있고, $k + 1$ 도 정수이므로 $x \in B$ 이다. $\therefore$ (㉞)
(ii) $x \in B$ 라고 하면 $x = 4l - 2$ (l 은 정수) 로 놓을 수 있다.
이때, $x = 4l - 2 = 4(l - 1) + 2$ 로 나타낼 수 있고 $l - 1$ 도 정수이므로 $x \in A$ 이다.
 $\therefore B \subset A$

- ① $B \subset A$
- ② $A \subset B$
- ③ $A = B$
- ④ $A \neq B$
- ⑤ $x \in B$

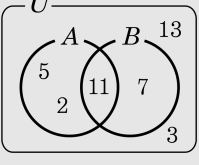
해설

$x \in A$ 이면 $x \in B$ 임을 보이면 $A \subset B$

18. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5\}, B - A = \{7\}, A \cap B = \{11\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?
- ① $\{3, 5\}$ ② $\{3, 7\}$ ③ $\{5, 11\}$
④ $\{3, 13\}$ ⑤ $\{3, 5, 11\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $(A \cup B)^c = (\{2, 5, 7, 11\})^c = \{3, 13\}$ 이다.



19. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

20. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < 1$
- ② $-1 < a < 0$
- ③ $-1 < a < 1$
- ④ $-1 < a \leq 1$
- ⑤ $0 < a \leq 2$

해설

$p : 0 < x \leq 1$, $q : a - 1 < x < a + 2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a - 1 \leq 0$, $a + 2 > 1$
 $a \leq 1$, $a > -1$
 $\therefore -1 < a \leq 1$

21. 우리 학교에서 다음 두 명제는 참이다.

- ㉠ 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석한다.

㉡ 우리학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않는다.

이 때, 다음 명제 중 참인 것은?

- ① 어떤 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

② 우리학교 학생들은 모두 동아리 회원이다.

③ 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

④ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이 아니다.

⑤ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이다

해설

①, ②, ③은 직관적으로 판단해도 거짓이다. 우리 학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않았고, 모든 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석하였다고 하였으므로 우리학교 학생 중에는 동아리 회원이 아닌 학생이 있음을 알 수 있다.따라서 ④는 참이다. 한편 동아리 회원이 한 명도 없는 경우도 주어진 두 조건 ㉠, ㉡를 만족하므로 ⑤번은 거짓이 된다.
∴ 답 ④

22. $a \geq 0, b \geq 0$ 일 때, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 임을 다음과 같은 과정으로 증명을 하였다. 이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 쓴 것을 고르면?

증명

$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(a-b)^2}{2}$ 이므로
부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 이 성립함을 알 수 있다.
이 때, 등호는 (다)일 때 성립한다.

- ① $\geq, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a = b$
- ② $\geq, a - b, a = b = 0$
- ③ $>, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a = b$
- ④ $>, a - b, a = b$
- ⑤ $\geq, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a \geq b$

해설

$\left(\sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{b}{2}}\right)^2 = \frac{a}{2} - 2\sqrt{\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}} + \frac{b}{2}$
 $= \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}$
(가), (나)의 결과에서 $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \geq 0$ 이므로
 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
(다) $\left(\sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{b}{2}}\right)^2 \geq 0$ 에서
등호가 성립할 때는 $\sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{b}{2}} = 0$ 일 때이므로
등호는 $a = b$ 일 때 성립한다.

23. 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$\neg n(\{0\}) = 0$	$\mathbb{L} \phi \subset \{\emptyset\}$	$\mathbb{E} 4 \subset \{1, 2\}$
$\mathbb{E} 0 \subset \{0\}$	$\mathbb{B} 0 \in \emptyset$	$\mathbb{B} 0 \notin \emptyset$
$\mathbb{A} A \subset (A \cup B)$	$\odot n(\emptyset) = 1$	$\otimes A \in (A \cap B)$

- ①

$\mathbb{L}, \mathbb{B}, \mathbb{A}$
- ②

$\mathbb{L}, \mathbb{B}, \odot$
- ③

$\neg, \mathbb{L}, \mathbb{B}$
- ④

$\mathbb{E}, \mathbb{B}, \otimes$
- ⑤

$\mathbb{B}, \odot, \otimes$

해설

- $\neg n(\{0\}) = 1$
- $\mathbb{E} 4 \notin \{1, 2\}$
- $\mathbb{E} 0 \in \{0\}$
- $\mathbb{B} 0 \notin \emptyset$
- $\odot n(\emptyset) = 0$
- $\otimes A \subset (A \cup B)$

24. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

25. 양수 a, b 가 $a + b = 1$ 을 만족시킬 때, 두 수 $P = a^3 + b^3, Q = a^2 + b^2$ 의 대소로 비교로 바른 것은?

- ① $P > Q$
- ② $P \geq Q$
- ③ $P = Q$
- ④ $P < Q$
- ⑤ $P \leq Q$

해설

a, b 는 양수이고 $a + b = 1$ 이므로
 $0 < a < 1, 0 < b < 1$
또 $b = 1 - a$ 이므로
 $P = a^3 + b^3 = a^3 + (1 - a)^3$
 $= a^3 + 1 - 3a + 3a^2 - a^3$
 $= 3a^2 - 3a + 1$
 $Q = a^2 + b^2 = a^2 + (1 - a)^2$
 $= a^2 + a^2 - 2a + 1$
 $= 2a^2 - 2a + 1$
 $P - Q = 3a^2 - 3a + 1 - 2a^2 + 2a - 1$
 $= a^2 - a = a(a - 1)$
그런데 $0 < a < 1$ 이므로 $a(a - 1) < 0$
 $\therefore P - Q < 0$ 이고 $P < Q$