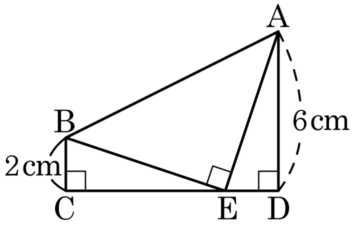
1. 다음 그림에서 $\triangle BCE \equiv \triangle EDA$ 이고, $\overline{BC} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 이다. $\triangle ABE$ 의 넓이는?



① 5cm^2　② 10cm^2　③ 15cm^2
④ 20cm^2　⑤ 25cm^2

해설

$\overline{BC} = \overline{ED} = 2\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{EA} = \overline{BE} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ (cm)

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 20(\text{cm}^2)$$

2. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정을 차례로 써놓은 것이다. 밑 줄에 들어갈 알맞은 것은?

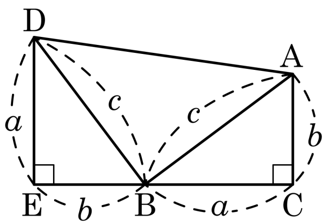
㉠ 다음 그림에서 $\triangle DEB \equiv \triangle BCA$ 이다.

㉡ $\triangle DBA$ 는 $\angle DBA = 90°$ 인 이등변삼각형이다.

㉢ ______________________

㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$

㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$



① $\square DECA = \triangle DEB + \triangle DBA$

② $\square DECA = \triangle ABC + \triangle DBA$

③ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC$

④ $\square DEBA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$

⑤ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$

해설

㉠ 다음 그림에서 $\triangle DEB \equiv \triangle BCA$ 이다.

㉡ $\triangle DBA$ 는 $\angle DBA = 90°$ 인 이등변삼각형이다.

㉢ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$

㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$

㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$

3. 네 수 a, b, c, d의 평균과 분산이 각각 10, 5일 때, $(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

네 수 a, b, c, d 의 평균이 10 이므로 각 변량에 대한 편차는 $a-10$, $b-10$, $c-10$, $d-10$ 이다.
따라서 분산은

$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=5$$

$$\therefore\ (a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2=20$$

4. 도수분포표로 주어진 자료에서 다음을 각각 구할 때, 옳지 않은 것은?

① $(\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})}$

② $(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

③ $(\text{편차}) = (\text{계급값}) - (\text{평균})$

④ $(\text{분산}) = \dfrac{(\text{계급값})^2\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

⑤ $(\text{표준편차}) = \sqrt{\dfrac{\{(\text{편차})^2 \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}}$

해설

④ $(\text{분산}) = \dfrac{\{(\text{편차})^2 \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

5. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

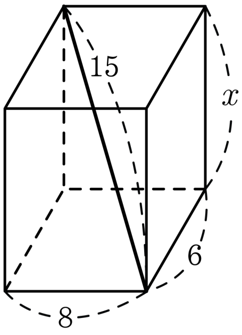
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

6. 다음 직육면체에서 x 의 값을 구하여라.



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$15 = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2}$

$225 = 36 + 64 + x^2$, $x^2 = 125$

$x > 0$ 이므로 $x = 5\sqrt{5}$

7. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

높이를 x라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

$\sqrt{5^2+5^2+x^2}=3\sqrt{6}$

$x^2=4$

$x>0$ 이므로 $x=2$ 이다.

8. 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 의 평균이 4, 분산이 5 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \cdots 3x_n - 5$ 의 평균을 m, 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① 50 ② 51 ③ 52 ④ 53 ⑤ 54

해설

(평균)$= 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$

(분산)$= 3^2 \cdot 5 = 45 = n$

$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$

9. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22　② 24　③ 26　④ 28　⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 $8, 5$이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

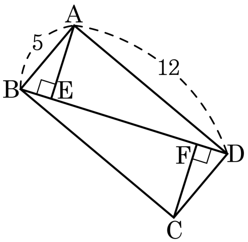
분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$　② $\frac{119}{13}$　③ $\frac{120}{13}$　④ $\frac{121}{13}$　⑤ $\frac{122}{13}$

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

11. 다음 중 직사각형의 넓이가 서로 같은 것은?

㉠ 가로의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이고, 대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형
㉡ 세로의 길이가 6 이고, 대각선의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 직사각형
㉢ 가로의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고, 세로의 길이가 4 인 직사각형
㉣ 대각선의 길이가 14 이고, 세로의 길이가 12 인 직사각형

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉡,㉢ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라서

세로의 길이는 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{6}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=8\sqrt{3}$

㉡ 피타고라스 정리에 따라서

가로의 길이는 $\sqrt{(8\sqrt{2})^2-(6)^2}=4\sqrt{23}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $6\times 4\sqrt{23}=24\sqrt{23}$

㉢ 직사각형의 넓이는 $2\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}$

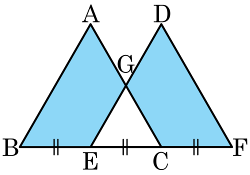
㉣ 피타고라스 정리에 따라서

가로의 길이는 $\sqrt{(14)^2-(12)^2}=2\sqrt{13}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $2\sqrt{13}\times 12=24\sqrt{13}$

따라서 직사각형의 넓이가 같은 것은 ㉠,㉢이다.

12. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 두 정삼각형 ABC, DEF를 $\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{CF}$ 가 되도록 포개어 놓았을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $18\sqrt{2}$　② $18\sqrt{3}$　③ $13\sqrt{3}$　④ $36\sqrt{3}$　⑤ $9\sqrt{3}$

해설

한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형이므로 정삼각형 GEC는 한 변이 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이다.

(색칠한 부분의 넓이)

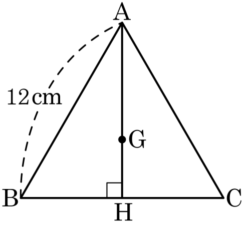
$$= \left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(2\sqrt{3}\right)^2\right\}\times 2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\times 2\times\left\{\left(4\sqrt{3}\right)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\times 2\times(48-12)$$

$$= 18\sqrt{3}$$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 12 cm 인 정삼각형이고 점 G 는 무게중심이다. $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



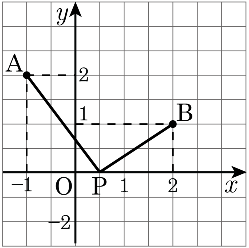
① $\sqrt{3}$ cm
② $2\sqrt{3}$ cm
③ $3\sqrt{3}$ cm
④ $4\sqrt{3}$ cm
⑤ $5\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AG} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

14. 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 $A(-1, 2)$, $B(2, 1)$ 이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은?



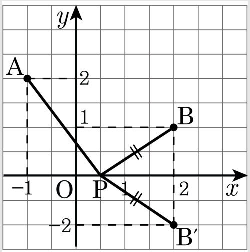
① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$

④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

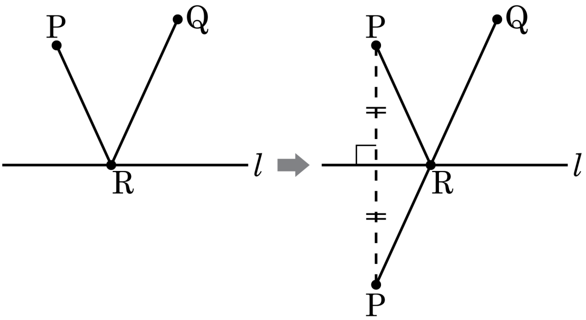
$\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은 점 B 와 x 축에 대하여 대칭인 점 $B'(2, -1)$ 을 잡을 때, 선분 AB' 의 길이와 같다.

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{\{2-(-1)\}^2+(-1-2)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.



15. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.



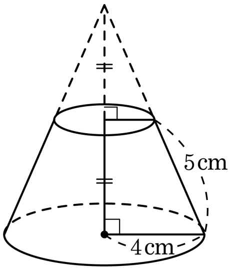
① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

16. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 4 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{1}{2}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 원뿔대의 높이를 구하여라.



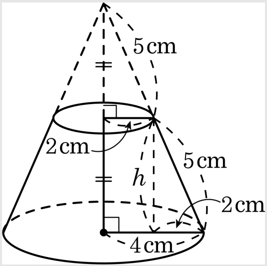
① 4 cm　　② $\sqrt{17}$ cm

③ $2\sqrt{5}$ cm　　④ $\sqrt{21}$ cm

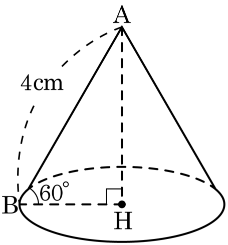
⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

$\therefore h = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$ (cm)



17. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 있다. $\angle ABH = 60°$ 일 때, 원뿔의 부피는?



① $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　② $\dfrac{3\sqrt{2}}{5}\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $2\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　④ $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $\dfrac{10\sqrt{2}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AH} : \overline{BH} = 2 : \sqrt{3} : 1$

$\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$ 에서 $4 : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AH} = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AB} : \overline{BH} = 2 : 1$ 에서 $4 : \overline{BH} = 2 : 1$

$\therefore\ \overline{BH} = 2\ (\mathrm{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2\sqrt{3} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ 이다.