

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 100 이하인 자연수의 모임
- ② 우리 반에서 키가 제일 작은 학생들의 모임
- ③ 3의 배수의 모임
- ④ 노래를 잘하는 학생들의 모임
- ⑤ 우리 학교 학급 반장들의 모임

해설

노래를 잘한다는 것 만으로는 대상을 분명히 알 수 없다.

2. 다음 증에서 옳지 않은 것은?

① $n(\emptyset) + n(\{1\}) = 1$

② $n(\{2, 4\}) + n(\{1, 2\}) = 4$

③ $n(\{5, 6, 7\}) - n(\{5, 7\}) = 6$

④ $n(\{1, 2\}) - n(\{1\}) = 1$

⑤ $n(\{0, 2\}) + n(\{1\}) = 3$

해설

③ $n(\{5, 6, 7\}) = 3$, $n(\{5, 7\}) = 2$ 이므로 $3 - 2 = 1$ 이다.

3. $A = \{0, 1\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

- ① $\emptyset$ ② $\{0\}$ ③ $\{1\}$ ④ $\{\emptyset\}$ ⑤ A

해설

$A = \{0, 1\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}$

4. 두 집합 $A = \{c, o, m, p, u, t, e, r\}$, $B = \{h, o, m, e\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

$a, e, c, h, o, m, p, r, t, u, w$

▶ 답 :

▶ 답 :

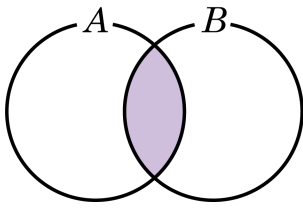
▷ 정답 : a

▷ 정답 : w

해설

$A \cup B = \{c, o, m, p, u, t, e, r, h\}$

5. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 6, 10, 12, 18\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서의 색칠한 부분의 집합은 ?



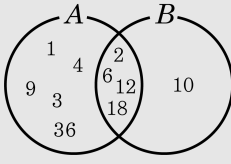
- ① $\{12, 36\}$ ② $\{1, 2, 6, 8, 12, 24, 36\}$
③ $\{1, 2, 6\}$ ④ $\{6, 12, 18\}$
⑤ $\{2, 6, 12, 18\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{2, 6, 12, 18\}$ 이다.

6. 다음 명제 중 ‘역’이 참인 것을 고르면? (a, b, x, y 는 모두 실수)
- ① $a = 1$ 이면 $a^2 = a$
 - ② $a = b$ 이면 $a^2 = b^2$
 - ③ xy 가 홀수 이면 $x + y$ 가 짝수
 - ④ $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle B = \angle C$
 - ⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

- ① 역: $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다.(거짓, 반례: $a = 0$)
- ② 역: $a^2 = b^2$ 이면 $a = b$ 이다. (거짓, 반례: $a = 1, b = -1$)
- ③ 역: $x + y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
- ④ 역: $\angle B = \angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
- ⑤ 역: $A \cup B = A$ 이면 $A \supset B$ 이다.(참)

7. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $6 \in A$

④ $9 \notin A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $3 \notin A$

③ $6 \notin A$

④ $9 \in A$

8. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?

① $A = \{3, 6\}$

② $A = \{3, 6, 9\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$

④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

9. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?
- ① $\{1, 3\}$ ② $\{3, 5\}$ ③ $\{1, 3, 4, 5\}$
④ $\{3, 4, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

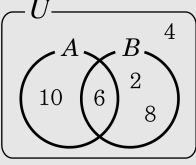
$A - B = \{2, 7\}$ 이므로 $(A - B)^c = (\{2, 7\})^c = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ 이다.

10. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{6\}, B - A = \{2, 8\}, (A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $A - B$ 는?

- ① $\{2\}$
- ② $\{6\}$
- ③ $\{10\}$
- ④ $\{2, 6\}$
- ⑤ $\{6, 10\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{10\}$ 이다.



11. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2+2\}$, $B = \{1, 2a-3, 2a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 이 되도록 할 때, a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 집합

A 에서 $a^2 + 2 = 3$, 따라서 $a = \pm 1$

i) $a = 1$ 이면 $B = \{-1, 1, 3\}$

ii) $a = -1$ 이면 $B = \{-5, -1, 1\}$

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로

$\therefore a = 1$

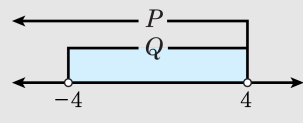
12. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

13. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다. 증명과정에 쓰이지 않은 성질을 고르면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \end{aligned}$$

① $|a| \geq a$

② $a \geq b, b \geq c$ 이면 $a \geq c$

③ $|a|^2 = a^2$

④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$

⑤ $a \geq 0, b \geq 0, a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

해설

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \text{ (③이 쓰임)} \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \text{ (①이 쓰임)} \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \text{ (④가 쓰임)} \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \text{ (⑤가 쓰임)} \end{aligned}$$

따라서, ②는 쓰이지 않았다.

14. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

15. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

16. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

17. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20\text{보다 작은 } 3\text{의 배수}\}$, $B = \{3, 6, 15, a \times 2, b + 15, 9\}$ 가 서로 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
 $B = \{3, 6, 9, 15, a \times 2, b + 15\}$ 이므로,
 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 또는 $a \times 2 = 18$, $b + 15 = 12$ 이어야 한다.
하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 이다.
따라서 $a = 6$, $b = 3$ 이고, $a + b = 9$ 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{보다 작은 } 12\text{의 약수}\}$ 의 부분 집합 중에서 원소 1 또는 6을 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 8개 ② 12개 ③ 16개 ④ 20개 ⑤ 24개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
원소 1을 포함하는 부분집합의 개수 :
 $2^{5-1} = 16$ (개)
원소 6을 포함하는 부분집합의 개수 :
 $2^{5-1} = 16$ (개)
원소 1, 6을 포함하는 부분집합의 개수 :
 $2^{5-2} = 8$ (개)
원소 1 또는 6를 포함하는 부분집합의 개수 :
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)

19. 두 조건 $p: 2 \leq x < 5$, $q: a+1 < x < a+9$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 정수 a 의 모든 값의 합은?

㉠ -10 ㉡ -9 ㉢ -6 ㉣ -5 ㉤ -3

해설

조건 p 를 만족하는 진리집합을 P , 조건 q 를 만족하는 진리집합을 Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 이려면 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다.

$a+1 < 2$ 이고 $a+9 \geq 5$ 이므로 $a < 1$, $a \geq -4$

따라서 $-4 \leq a < 1$ 이므로 만족하는 정수 a 는 $-4, -3, -2, -1, 0$ 이고 합은 -10 이다.

20. 두 명제 $p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① $q \rightarrow r$
- ② $p \rightarrow r$
- ③ $\sim q \rightarrow \sim p$
- ④ $r \rightarrow p$
- ⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T)$, $\sim r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow r(T)$
 $\therefore p \rightarrow q \rightarrow r(T) \Rightarrow p \rightarrow r(T)$
 $\therefore \sim r \rightarrow \sim p(T)$

21. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 「 n 이 홀수이면 n 도 홀수이다.」임을 증명한 것이다.

[증명]
주어진 명제의 (가)를 구해보면,
「 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.」
이 때, n 이 짝수이면
 $n=(나)$ (단, k 는 자연수)로 놓을 수 있다.
따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

위

의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
- ④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

[증명]
주어진 명제의 대우를 구해보면,
「 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.」
이 때, n 이 짝수이면
 $n = (2k)$ (단, k 는 자연수)로 놓을 수 있다.
따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

22. 세 조건 $p: 4 \leq x \leq 5$, $q: x \leq a$, $r: x \geq b$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최솟값을 m 이라 하고, r 이 p 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 b 의 최댓값을 n 이라 할 때, $m+n$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$p \Rightarrow q$ 이면 $P \subset Q$ 이므로 $a \geq 5$

$\therefore m = 5$

$p \Rightarrow r$ 이면 $P \subset R$ 이므로 $b \leq 4$

$\therefore n = 4$

$\therefore m+n = 9$

23. 집합 $A = \{1, 2\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 16 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 4$ (개) 이므로 $n(B) = 4$ 이다.
따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^{n(B)} = 2^4 = 16$ (개)이다.

24. 다음 중에서 $\{(A - B) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\}$ 와 같은 집합이 아닌 것은?

① $(A \cup B) - (A \cap B)$

② $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$

⑤ $(A \cap B)^c \cap (A \cup B)$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A - B) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\} \\ &= \{(A \cap B^c) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\} \\ &= (A^c \cup B^c) \cap (A \cup B) \\ &= (A \cap B)^c \cap (A \cup B) \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= (A - B) \cup (B - A) \end{aligned}$$

25. 전체 집합 $U = \{x \mid |x| \leq 10 \text{인 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \leq 4 \text{인 정수}\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 10 \text{인 소수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소의 합은?

- ① -5 ② -10 ③ -12 ④ -15 ⑤ -18

해설

$U = \{-10, -9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9, 10\}$,
 $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$,
 $B = \{2, 3, 5, 7\}$
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = U - (A \cup B)$ 이고 $A \cup B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, 6, 8, 9, 10\}$
따라서 원소의 합은 -12