

1. 등식  $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 구하면?

①  $a = 4, b = 5, c = 6$

②  $a = 2, b = -10, c = 5$

③  $a = 4, b = -11, c = 6$

④  $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤  $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변)  $= ax^2 - (2a + 3)x + 6$  이므로

$$ax^2 - (2a + 3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면  $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면  $a = 4, b = -11, c = 6$

2. 다음 중  $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x$

②  $x - 1$

③  $x + 1$

④  $x^3 - x$

⑤  $x^4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

3.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ = x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4\end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $= (x^3$ 의 계수) $= 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

$$\text{따라서 } a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -1$$

4.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = -1, c = 2$

②  $a = -1, b = 1, c = -2$

③  $a = 1, b = 1, c = 2$

④  $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

5. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

6.  $f(x) = x^2 - ax + 1$  이  $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

7. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx - 1$  이  $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$  이므로  $f(x)$ 는  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

8. 다항식  $8x^3 - 1$ 을  $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때  $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

①  $-2$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $2$

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$\therefore$  상수항은  $-1$

9.  $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여  $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

10. 다음은 연산법칙을 이용하여  $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

11. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식  $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여 성립하도록  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = 2$

②  $a = 2, b = 2$

③  $a = 2, b = 0$

④  $a = 0, b = 2$

⑤  $a = 0, b = 0$

### 해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$$

이 식을  $x, y$ 에 대하여 정리하면

$$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$$

이 등식이 임의의  $x, y$ 에 대하여 성립하므로

$$a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면  $a = 2, b = 0$

12.  $(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 512

해설

$$(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4 = ax^{22} + bx^{21} + \cdots + c$$

위의 식에  $x = 1$ 을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.

$$\therefore (\text{계수의 총합}) = 2^5 \times (-2)^4 = 512$$

13. 세 다항식  $x^2 + ax - 4$ ,  $ax^2 - bx - 2$ ,  $2x^2 - ax + b$ 의 최대 공약수가  $x - 1$ 일 때, 최소공배수를 구하면?

①  $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)$

②  $(x - 1)(x + 4)(2x - 1)$

③  $(x + 4)(2x - 1)$

④  $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)(2x - 1)$

⑤  $(x - 1)(x - 4)(3x + 2)(2x + 1)$

### 해설

나머지 정리를 이용하면  $f(1) = 0$

$$1 + a - 4 = 0, \quad a - b - 2 = 0, \quad 2 - a + b = 0$$

연립하여 풀면,  $a = 3$ ,  $b = 1$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$3x^2 - x - 2 = (x - 1)(3x + 2)$$

$$2x^2 - 3x + 1 = (x - 1)(2x - 1)$$

따라서 최소공배수  $= (x - 1)(x + 4)(3x + 2)(2x - 1)$

14. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가  $x + 3$ 이고 최소공배수가  $x^3 + x^2 - 6x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

①  $(x + 1)(x - 2)$

②  $(x + 2)(x + 4)$

③  $2(x - 1)(x + 3)$

④  $2(x - 2)(x - 4)$

⑤  $2(x + 1)(x - 4)$

### 해설

최대공약수가  $x + 3$  이므로 두 이차식을  
 $a(x + 3)$ ,  $b(x + 3)$  ( $a$ ,  $b$  는 서로소)라 하고

최소공배수를  $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$ 라 하면

$$f(x) = x(x^2 + x - 6) = x(x + 3)(x - 2)$$

따라서 두 다항식은

$$x(x + 3), (x - 2)(x + 3) \text{ 이므로}$$

구하는 두 다항식의 합은

$$\begin{aligned} x(x + 3) + (x - 2)(x + 3) &= (x + 3)(2x - 2) \\ &= 2(x - 1)(x + 3) \end{aligned}$$

15.  $x + \frac{1}{x} = 1$  일 때,  $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$  의 값은?

① 1

② -1

③ -2

④ 2

⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$(\text{준 식}) = (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2}$$

$$= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x - 1}{x^2} = 1$$