1. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

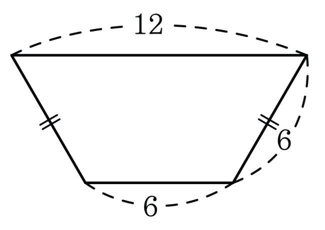
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

해설

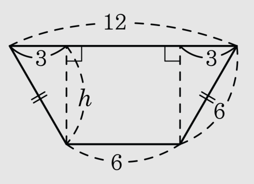
표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

2. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인 등변사다리꼴의 넓이는?



① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

해설

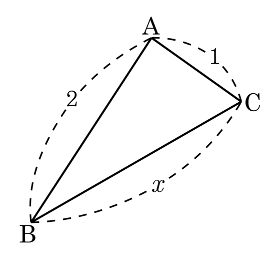


등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2-3^2} \\ &= \sqrt{36-9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

(넓이) $= (6+12)\times 3\sqrt{3}\times\frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 예각일 때, x 의 값의 범위는? (단, x가 가장 긴 변이다.)



① $1 < x < \sqrt{5}$ ② $2 < x < \sqrt{5}$ ③ $\sqrt{5} < x < \sqrt{7}$

④ $\sqrt{5} < x < \sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{7} < x < \sqrt{11}$

해설

i) x가 가장 긴 변이므로 $2 < x$

ii) $x^2 < 2^2 + 1^2$

$\therefore 2 < x < \sqrt{5}$

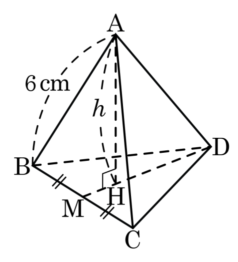
4. 대각선의 길이가 8 인 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

① $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ② 4 ③ $2\sqrt{4}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

정사각형의 한 변을 x라고 하면
$x^2 + x^2 = 8^2$
$2x^2 = 64$
$x^2 = 32$
$\therefore\ x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

5. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6cm 인 정사면체 A – BCD 의 꼭짓점 A 에서 밑면 BCD 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 점 H는 정삼각형 BCD 의 무게중심이다. $\overline{AH}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$cm ② $12\sqrt{3}$cm ③ $12\sqrt{6}$cm

④ $2\sqrt{6}$cm ⑤ $2\sqrt{3}$cm

해설

△BCD 에서 $\overline{DM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{DH} : \overline{HM} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{DH} = \frac{2}{3} \times \overline{DM} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

직각삼각형 AHD 에서 $h = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2} = 2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

6. 5개의 변량 $4, 6, 10, x, 9$의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$\frac{4+6+10+x+9}{5} = 7$

$29 + x = 35$

$\therefore x = 6$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$이므로 분산은

$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+(-1)^2+2^2}{5} = \frac{9+1+9+1+4}{5} = \frac{24}{5} = 4.8$

7. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

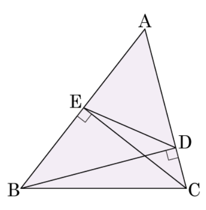
A. 1 부터 50 까지의 자연수
B. 51 부터 100 까지의 자연수
C. 1 부터 100 까지의 홀수

① C>A=B ② A>B=C ③ C>A>B
④ B>C>A ⑤ A=B=C

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

8. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 각각의 대변에 내린 수선의 발을 D, E 라고 할 때, 사각형 BCDE 에 외접하는 원의 지름은?

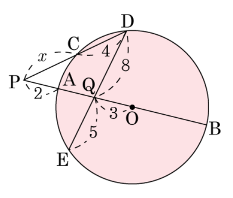


① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{AC}$ ④ $\overline{BD}$ ⑤ $\overline{EC}$

해설

$\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$ 이므로 사각형 BCDE 는 $\overline{BC}$ 가 지름인 원에 내접한다.

9. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 점 Q 는 두 현 AB, DE 의 교점이다. 현 AB 가 원의 지름일 때 $\overline{\mathrm{CP}}$ 의 길이 x 를 구하면?



① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\mathrm{r}$ 이라 하면, $\overline{\mathrm{QA}}=r-3$, $\overline{\mathrm{QB}}=r+3$

$\overline{\mathrm{QA}}\cdot\overline{\mathrm{QB}}=\overline{\mathrm{QD}}\cdot\overline{\mathrm{QE}}$ 이므로 $(r-3)(r+3)=8\times 5$

$r^2-9=40$, $r^2=49$

$r>0$ 이므로 $r=7$

두 할선의 비례 관계에 의하여

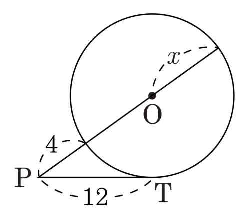
$\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\cdot\overline{\mathrm{PD}}$ 이므로

$2\times(2+14)=x\times(x+4)$

$x^2+4x-32=0$, $(x+8)(x-4)=0$

$x>0$ 이므로 $x=4$

10. 다음 그림에서 PT 는 원 O 의 접선이다. x 의 값은?

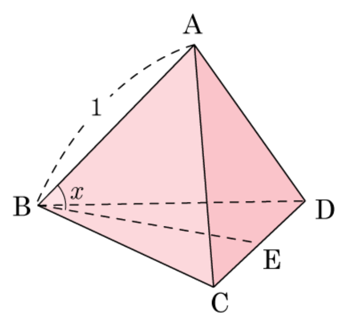


① 15　② 16　③ 17
④ 18　⑤ 19

해설

$12^2 = 4(4+2x), 144 = 16+8x,\ 128 = 8x \therefore x = 16$

11. 다음 그림과 같이 밑변이 $\triangle BCD$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 $A-BCD$ 가 있다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E, $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

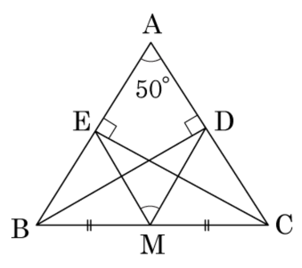
$\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고,

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $\cos x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?

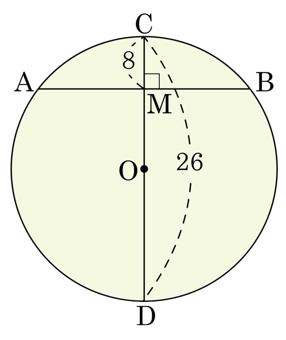


① 40°　② 50°　③ 80°　④ 85°　⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 지름의 길이가 26인 원 O에서 $\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이는?



① 6 ② 8 ③ 10

④ 12 ⑤ 14

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}} = x$ 라 하면

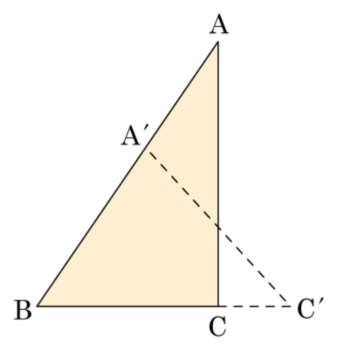
$\overline{\mathrm{AM}} \times \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}} \times \overline{\mathrm{DM}}$ 에서

$x^2 = 8 \times 18 = 144$

$\therefore\ x = 12\ (\because\ x > 0)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AM}} = 12$

14. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이는 40% 줄이고, 다른 한 변의 길이는 40% 늘여서 새로운 삼각형 $A'BC'$ 를 만들 때, $\triangle A'BC'$ 의 넓이의 변화는?



① 변함없다

② 4% 줄어든다

③ 4% 늘어난다

④ 16% 줄어든다

⑤ 16% 늘어난다

해설

$\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ 라 하면

$\overline{A'B} = \frac{60}{100}x = \frac{3}{5}x$

$\overline{BC'} = \frac{140}{100}y = \frac{7}{5}y$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}xy\sin B$ 이고,

$\triangle A'BC'$ 의 넓이는

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}x \times \frac{7}{5}y \times \sin B &= \frac{21}{25} \times \frac{1}{2}xy\sin B \\ &= \frac{21}{25}\triangle ABC\end{aligned}$$

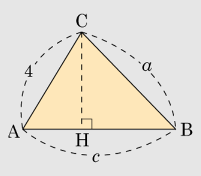
그러므로 $\triangle A'BC'$ 는

$\triangle ABC$ 의 $\frac{21}{25} \times 100 = 84\,(\%)$ 이므로 16% 줄어든다.

15. $\triangle$ABC 에서 $2\sin \mathrm{A} = \sqrt{3}$, $3\sin \mathrm{B} = \sqrt{3}$, $b = 4$ 일 때, 이 삼각형의 넓이는 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 a, b에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① -11 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 11

해설



$\dfrac{a}{\sin \mathrm{A}} = \dfrac{b}{\sin \mathrm{B}}$ 이므로 $a = b\sin \mathrm{A} \times \dfrac{1}{\sin \mathrm{B}} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{3}{\sqrt{3}} = 6$ 이다.

또한, $\overline{\mathrm{CH}} = \mathrm{b}\sin \mathrm{A} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$,

$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{36 - 12} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AH}} + \overline{\mathrm{BH}} = 2 + 2\sqrt{6}$ 이므로 $\triangle$ABC 의 넓이 S 를 구하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} \cdot \overline{\mathrm{CH}} \\ &= \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$