

1. 두 집합 $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 8\}$ 에 대하여 집합 $C = \left\{x \mid x = \frac{a+b}{2}, a \in A, b \in B\right\}$ 일 때, 다음 중 집합 C 의 원소가 아닌 것은?

① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$a \in A$, $b \in B$ 이므로 a 는 1, 3, 4, 5 중의 하나이고, 그 각각에 대하여 b 는 6, 8이 될 수 있다.

(i) $a = 1$ 일 때, $x = \frac{1+6}{2}, \frac{1+8}{2}$

$\therefore x = \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$

(ii) $a = 3$ 일 때, $x = \frac{3+6}{2}, \frac{3+8}{2}$

$\therefore x = \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$

(iii) $a = 4$ 일 때, $x = \frac{4+6}{2}, \frac{4+8}{2}$

$\therefore x = 5, 6$

(iv) $a = 5$ 일 때, $x = \frac{5+6}{2}, \frac{5+8}{2}$

$\therefore x = \frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

$\therefore C = \left\{\frac{7}{2}, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2}\right\}$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\{0\}) = 1$

② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$

⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

3. 전체집합 $\{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \text{ 는 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{3, 4, 6\}$ 가 있다. $A \cup X = B \cup X$ 가 성립하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하면?

① 16 개

② 32 개

③ 64 개

④ 128 개

⑤ 256 개

해설

$A \cup X = B \cup X$ 가 성립하려면 X 에 $A \cap B$ 의 원소는 들어 있어도 되고 들어 있지 않아도 상관없다. 그러나 그 외의 A, B 의 원소는 반드시 들어 있어야 한다. 즉 집합 X 는 2, 3, 8, 10 이 모두 포함된 U 의 부분집합이다.

$\therefore \{1, 4, 5, 6, 7, 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

따라서 $2^6 = 64(\text{개})$ 이다.