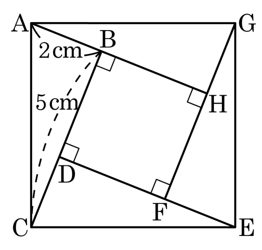
1. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 BDFH 를 만들었다. 이때, □ACEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $29\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로
$\overline{AC}^2 = 2^2 + 5^2 = 29$,
$\overline{AC} = \sqrt{29}(\mathrm{cm})$
$\therefore$ □ACEG $= \sqrt{29} \times \sqrt{29} = 29(\mathrm{cm}^2)$

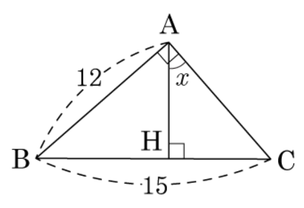
2. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9 일 때, 이 정육면체의 한 모서리의 길이는?

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ 6 ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3}a$
이므로 $\sqrt{3}a=9$ 에서 $a=3\sqrt{3}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\angle \mathrm{BAC} = 90°$ 이고, $\overline{\mathrm{BC}} \perp \overline{\mathrm{AH}}$ 이다. $\angle \mathrm{CAH} = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?

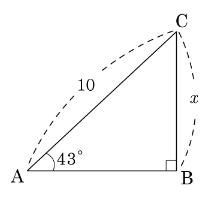


① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$
$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{HAC}$ ($\because$ AA 닮음)
$x = \angle \mathrm{ABC}$ 이므로 $\tan x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 삼각비의 표를 보고 x 의 값을 구하면?



〈삼각비의 표〉

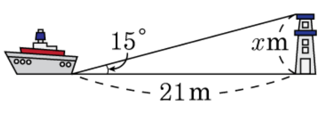
x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 6.82 ② 6.947 ③ 7.071 ④ 7.193 ⑤ 7.314

해설

$\sin 43^\circ = \dfrac{x}{10}$ 이므로 $x = 10 \times \sin 43^\circ = 10 \times 0.682 = 6.82$ $\quad \therefore$ 6.82

5. 다음 그림과 같이 바다를 항해하는 배와 등대 사이의 거리가 $21\,\mathrm{m}$ 이고, 배에서 등대의 꼭대기를 바라 본 각의 크기가 $15\,°$ 이었다면, 등대의 높이는?

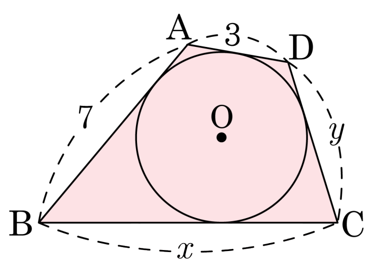


① $\tan 15\,°\,\mathrm{m}$ ② $21\tan 15\,°\,\mathrm{m}$ ③ $\sin 15\,°\,\mathrm{m}$
④ $21\sin 15\,°\,\mathrm{m}$ ⑤ $\cos 15\,°\,\mathrm{m}$

해설

$\tan 15\,° = \dfrac{x}{21}$ 이므로 $x = 21\tan 15°\,\mathrm{m}$ 이다.

6. 다음 그림에서 원 O 는 사각형 ABCD 의 내접원일 때, $x-y$ 의 값은?



① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

원이 내접하는 사각형에서 두 대변의 합이 서로 같다.

$x+3=y+7$ $\therefore$ $x-y=4$

7. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 61kg ③ 62kg ④ 63kg ⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5$, $2700 - x = 2380$ $\therefore$ $x = 320(\text{kg})$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$\frac{320}{5} = 64(\text{kg})$ 이다.

8. 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \cdots - 3x_{10} + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

(평균)$= -3 \cdot 6 + 1 = -17$,
(분산)$= (-3)^2 \cdot 5 = 45$

9. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

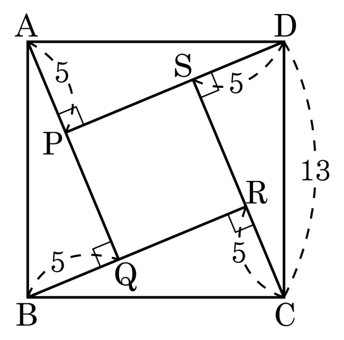
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

10. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 13 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



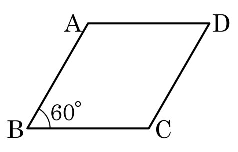
▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

$\overline{AQ} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$
$\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$
□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $7 \times 7 = 49$

11. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\angle B = 60°$ 이고, 넓이가 $24\sqrt{3}$ 일 때, □ABCD 의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

해설

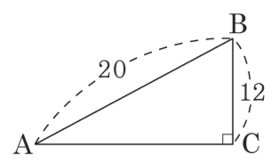
점 A 와 점 C 를 이으면 △ABC 의 넓이는 $12\sqrt{3}$

△ABC 는 정삼각형이므로 한 변의 길이를 a 라고 하면, 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 12\sqrt{3}$, $a^2 = 48$

$\therefore\ a = 4\sqrt{3}$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A - \cos A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

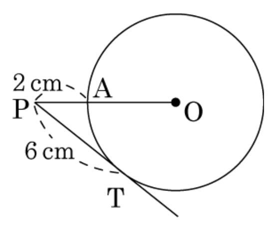
▷ 정답 : $-\frac{1}{5}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16$

$\sin A - \cos A = \frac{12}{20} - \frac{16}{20} = -\frac{4}{20} = -\frac{1}{5}$

13. 다음 그림에서 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ 는 원 O 의 접선이고 점 T 는 접점이다. $\overline{\mathrm{PT}} = 6\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{PA}} = 2\,\mathrm{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



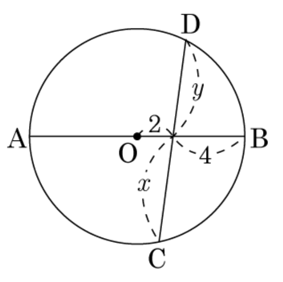
① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm

④ 8 cm ⑤ 12 cm

해설

$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{TO}} = r$ 이라 하면,
$\overline{\mathrm{OP}^2} = \overline{\mathrm{PT}^2} + \overline{\mathrm{OT}^2}$ 에 의하여
$(r+2)^2 = 36 + r^2 \therefore r = 8$

14. 다음 그림에서 xy 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

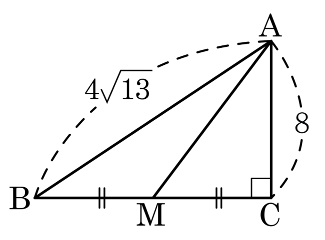
▷ 정답 : 32

해설

$\overline{OB} = 6 = \overline{OA}$, $x \times y = 8 \times 4$

$\therefore xy = 32$

15. 다음 직각삼각형 ABC 에서 점 M 이 변 BC 의 중점일 때, $\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

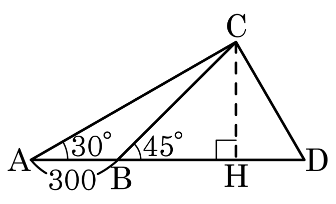
해설

$\overline{\mathrm{BC}}^2 = (4\sqrt{13})^2 - 8^2 = 144$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}} = 12, \overline{\mathrm{MC}} = 6$

$\therefore \overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $300(1+\sqrt{2})$　② $300(1-\sqrt{2})$　③ $150(\sqrt{3}+1)$
④ $150(\sqrt{3}-1)$　⑤ $150(\sqrt{2}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$
$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$
$x : (300+x) = 1 : \sqrt{3}$
$300 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3}-1)x = 300$
$x = 150(\sqrt{3}+1)$

17. 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2+2x-1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 14

해설

$y=-\frac{1}{4}x^2+2x-1$

$y=-\frac{1}{4}(x-4)^2+3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$=\ \sqrt{(4-0)^2+(3-0)^2}=5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $=1$

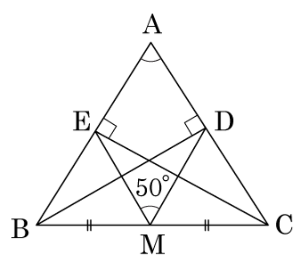
꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

$=\ \sqrt{(4-0)^2+\{3-(-1)\}^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$=6+4\sqrt{2}$ 이므로

$a+b+c$ 의 값은 12 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}, \overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

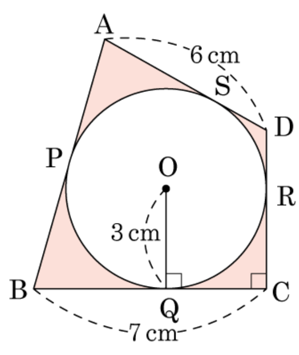


① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50°$ 이므로 $\angle EBD = 25°$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90° - 25° = 65°$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 외접하는 사각형 ABCD 에 대하여 P, Q, R, S 는 접점이고, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\angle BCD = 90°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

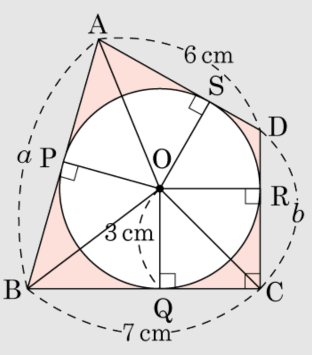


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $39 - 9\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

다음 그림에서 $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 라 하면 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 이므로



$a + b = 13$, $\overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OS} = 3$

$\therefore \square ABCD$

$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$

$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{OP} + \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{OQ} + \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{OR} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{OS}$

$= \frac{3}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$

$= \frac{3}{2} \times 26 = 39(\text{cm}^2)$

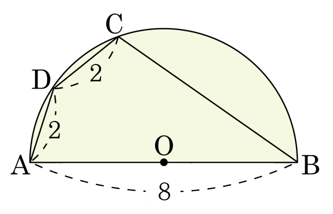
원 O 의 넓이는 $9\pi\text{cm}^2$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=$ (□ABCD의 넓이) $-$ (원 O의 넓이)

$= 39 - 9\pi\,\text{cm}^2$

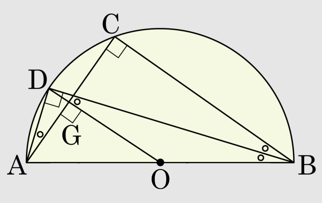
20. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 8 인 원 O 에 내접하는 □ABCD 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 지름이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CD}} = 2$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?



① 4 ② 5 ③ 6

④ 7 ⑤ 8

해설



$\angle\mathrm{AOG} = \angle\mathrm{ABC}$, $\angle\mathrm{A}$ 는 공통

$\therefore\ \angle\mathrm{DGA} = 90°$

$\triangle\mathrm{ADB} \backsim \triangle\mathrm{DGA}$ ($\because$ AA 닮음)

$\overline{\mathrm{DA}} : \overline{\mathrm{GD}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{DA}}$

$2 : \overline{\mathrm{GD}} = 8 : 2$

$\overline{\mathrm{GD}} = \frac{1}{2}$, $\overline{\mathrm{AG}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{15}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AB}}^2 - \overline{\mathrm{AC}}^2} = 7$