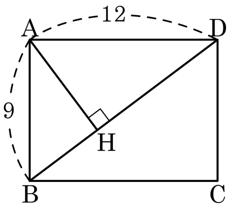
1. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AH}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0 ② 7.1 ③ 7.2 ④ 7.4 ⑤ 7.6

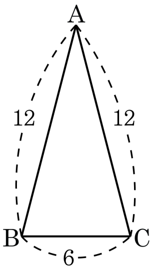
해설

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = 7.2$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이는?



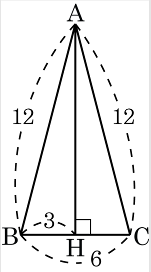
① $12\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{3}$ ③ $9\sqrt{15}$

④ 36 ⑤ $10\sqrt{15}$

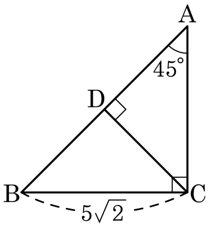
해설

점 A에서 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}=\sqrt{12^2-3^2}=3\sqrt{15}$

따라서 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{15}=9\sqrt{15}$ 이다.



3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 10 ② 5 ③ $5\sqrt{2}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 20

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$

$\overline{AB} : 5\sqrt{2} = \sqrt{2} : 1$

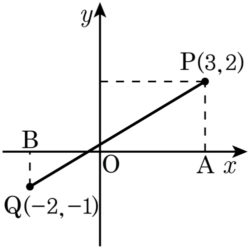
$\therefore \overline{AB} = 10$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{CD} = 5$ 이다.

4. 다음 그림을 보고 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?



① 점 P와 Q는 원점 대칭이다.

② $\overline{\mathrm{OP}}$의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

③ $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이는 5 이다.

④ $\overline{\mathrm{OQ}}$의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

⑤ $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

해설

① 점 P 와 Q 는 원점 대칭이 아니다.
② $\overline{\mathrm{OP}}$의 길이는 $\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ 이다.
③ $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이는 $3+2=5$ 이다.
⑤ $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이는 $\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$ 이다.

5. 좌표평면 위의 세 점 $A(-1,\ 2)$, $B(5,\ -2)$, $C(1,\ 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 예각삼각형
④ 직각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + (-4)^2} = \sqrt{52}$
$\overline{BC} = \sqrt{(-4)^2 + 7^2} = \sqrt{65}$
$\overline{CA} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 직각삼각형

6. 다음 중 직사각형의 넓이가 서로 같은 것은?

㉠ 가로의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이고, 대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형 ㉡ 세로의 길이가 6 이고, 대각선의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 직사각형 ㉢ 가로의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고, 세로의 길이가 4 인 직사각형 ㉣ 대각선의 길이가 14 이고, 세로의 길이가 12 인 직사각형

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉡,㉢ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라서

세로의 길이는 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{6}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=8\sqrt{3}$

㉡ 피타고라스 정리에 따라서

가로의 길이는 $\sqrt{(8\sqrt{2})^2-(6)^2}=4\sqrt{23}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $6\times 4\sqrt{23}=24\sqrt{23}$

㉢ 직사각형의 넓이는 $2\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}$

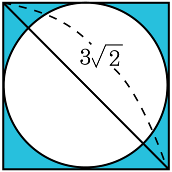
㉣ 피타고라스 정리에 따라서

가로의 길이는 $\sqrt{(14)^2-(12)^2}=2\sqrt{13}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $2\sqrt{13}\times 12=24\sqrt{13}$

따라서 직사각형의 넓이가 같은 것은 ㉠,㉢이다.

7. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형 안에 내접하는 원이 있다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $3\pi - 3\sqrt{2}$
② $3 - \dfrac{3}{2}\pi$
③ $9 - \dfrac{9}{4}\pi$
④ $9 - \dfrac{3}{2}\pi$
⑤ $3 - \dfrac{1}{2}\pi$

해설

대각선의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형의 한 변의 길이는 3 이고, 한 변의 길이는 내접원의 지름과 같으므로 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{3}{2}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 정사각형의 넓이에서 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로
$3 \times 3 - \dfrac{3}{2} \times \dfrac{3}{2} \times \pi = 9 - \dfrac{9}{4}\pi$ 이다.

8. 한 변의 길이가 $10\,\text{cm}$ 인 정육각형의 넓이는 $a\sqrt{b}\,\text{cm}^2$ 이다. $\dfrac{a}{b}$ 를 구하시오. (단, b는 최소자연수이다.)

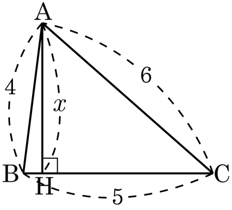
① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정육각형은 6 개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2\times 6 = 150\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 이다.

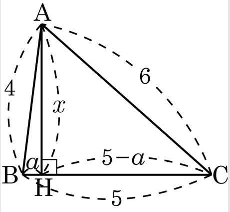
$\therefore\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{150}{3} = 50$

9. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 4, 5, 6 인 삼각형 ABC 의 높이 x 는?



① $\sqrt{5}$　② $2\sqrt{7}$　③ $3\sqrt{7}$　④ $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$　⑤ $3\sqrt{7}$

해설

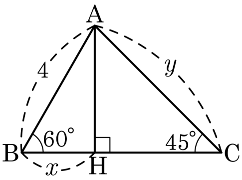


$\overline{\mathrm{BH}} = a$ 라 두면 $\overline{\mathrm{CH}} = 5 - a$

$4^2 - a^2 = 6^2 - (5-a)^2, \quad \therefore a = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{4^2 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{63}{4}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

10. x, y 가 다음 그림과 같을 때, x^2+y^2 을 구하시오.



① 25 ② 26 ③ 27

④ 28 ⑤ 29

해설

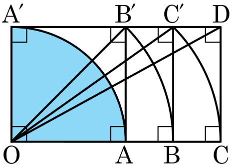
$x : 4 = 1 : 2 \quad \therefore x = 2$

$x : \overline{\mathrm{AH}} = 1 : \sqrt{3}, \quad \overline{\mathrm{AH}} = 2\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{AH}} : \mathrm{y} = 1 : \sqrt{2} \quad \therefore \mathrm{y} = 2\sqrt{6}$

$\therefore x^2 + y^2 = 4 + 24 = 28$

11. 다음 그림과 같이 □OAB′A′은 정사각형이고 두 점 B , C 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB'}$, $\overline{OC'}$ 을 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\overline{OC} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 사분원 OAA′ 의 넓이는?



① $\pi\,\text{cm}^2$ ② $2\pi\,\text{cm}^2$ ③ $3\pi\,\text{cm}^2$

④ $4\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{OA} = x$라고 하면

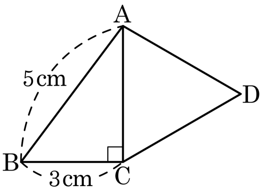
$\overline{OC} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\therefore x = 2$

따라서 사분원 OAA′ 의 넓이는

$\frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi = \pi(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 의 넓이를 구하면?



① $4\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\triangle$ACD 의 넓이 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

13. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{c}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 14

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$

$y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $= 1$

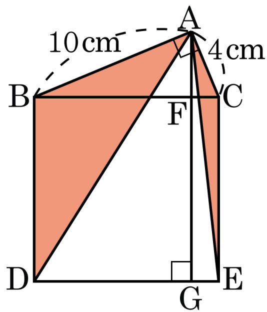
꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2 + \{3-(-1)\}^2} = 4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$= 6 + 4\sqrt{2}$ 이므로

$a + b + c$ 의 값은 12 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 56cm^2　② 57cm^2　③ 58cm^2　④ 59cm^2　⑤ 60cm^2

해설

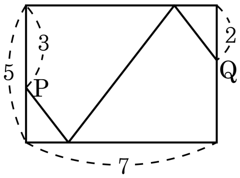
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116}(\text{cm})$

($\triangle ABD$의 넓이) $=$ ($\triangle BDF$의 넓이)

($\triangle AEC$의 넓이) $=$ ($\triangle FEC$의 넓이)

(색칠한 부분의 넓이) $= \triangle BDF + \triangle FEC = \frac{1}{2}(\square BDEC) = 58(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 상자에서 개미가 입구 P 를 출발하여 다음 그림과 같이 움직여 출구 Q 로 빠져 나왔다. 이 때, 개미가 지나간 최단 거리는?



① $\sqrt{70}$ ② $\sqrt{105}$ ③ $\sqrt{130}$

④ $2\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

그림에서 점 Q 를 선분에 대칭이동한 점을 Q′ , 점 P 를 선분에 대칭이동한 점을 P′ 라 하면

$\overline{BQ} = \overline{BQ'}$, $\overline{AP} = \overline{AP'}$ 이므로 P → A → B → Q로 가는 경로의 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$ 과 같다.

∴ 최단 거리= $\overline{P'Q'} = \sqrt{7^2+9^2} = \sqrt{130}$ 이다.