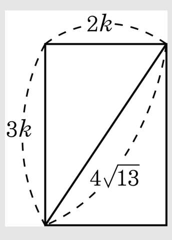
1. 가로와 세로의 길이의 비가 $2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{13}$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설



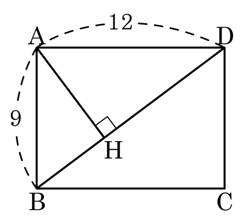
직사각형의 가로의 길이를 $2k$, 세로의 길이를 $3k$라 하면

$$4\sqrt{13} = \sqrt{(2k)^2+(3k)^2}$$
$$= \sqrt{4k^2+9k^2}$$
$$= \sqrt{13}k$$

$\therefore\ k=4$

따라서 둘레의 길이는 $2(2k+3k)=10k=40$이다.

2. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AH}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0 ② 7.1 ③ 7.2 ④ 7.4 ⑤ 7.6

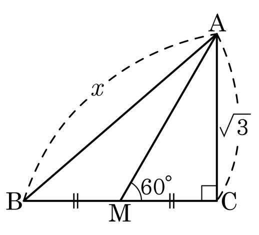
해설

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = 7.2$

3. 다음 그림의 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이다. 이 때, x 는?

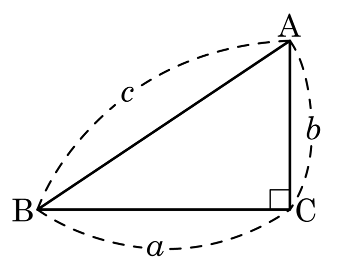


① $\sqrt{3}$　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{7}$
④ $\sqrt{11}$　⑤ $\sqrt{13}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{\mathrm{CM}} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = 1$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{BM}} = 1$ 이고
$\overline{\mathrm{AB}} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에서 세 변의 길이가 각각 a , b , c 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $b^2 = c^2 - a^2$

② $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

③ $a^2 = (c+b)(c-b)$

④ $b = \sqrt{a^2 + c^2}$

⑤ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

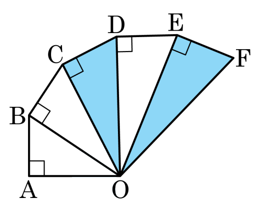
해설

$c^2 = a^2 + b^2$ 이므로

③ $a^2 = c^2 - b^2 = (c+b)(c-b)$

④ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

5. 다음 그림에서 $\overline{AO} = 3$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 이다. $\triangle OCD$ 의 넓이를 $\sqrt{a}$, $\triangle OEF$ 의 넓이를 $\sqrt{b}$라 할 때, $a+b$를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$\overline{OC} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{17}$ 이다.

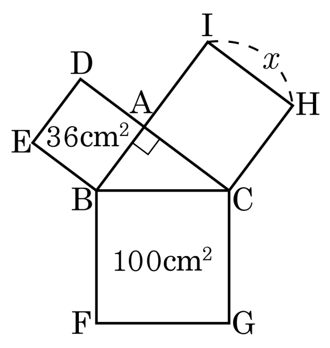
따라서 $\triangle OCD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times 2 = \sqrt{17}$, $a = 17$ 이다.

$\overline{OE} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{25}$ 이다.

따라서 $\triangle OEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \sqrt{25} \times 2 = \sqrt{25}$, $b = 25$ 이다.

따라서 $a + b = 17 + 25 = 42$ 이다.

6. 다음 그림은 $\angle A=90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값은?

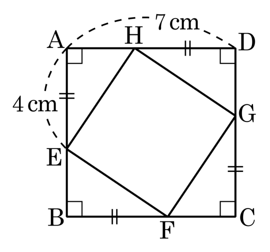


① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

$\square \mathrm{BFGC}=\square \mathrm{EBAD}+\square \mathrm{IACH}$,
$\square \mathrm{IACH}=100\,\mathrm{cm}^2-36\,\mathrm{cm}^2=64\,\mathrm{cm}^2$,
$x^2=64\,\mathrm{cm}^2$, $x=8\,\mathrm{cm}$.

7. 다음 그림과 같은 정사각형에서 $\overline{\mathrm{EH}}$ 의 길이는?

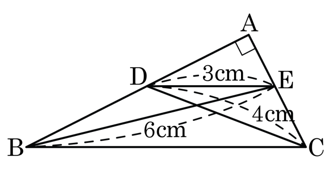


① $3\,\mathrm{cm}$　② $4\,\mathrm{cm}$　③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
④ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　⑤ $5\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle\mathrm{AEH} \equiv \triangle\mathrm{EBF} \equiv \triangle\mathrm{FCG} \equiv \triangle\mathrm{GDH}$ 이므로
$\square\mathrm{EFGH}$ 는 정사각형이다.
$\overline{\mathrm{AH}} = 3\,\mathrm{cm}$이므로 $\overline{\mathrm{EH}} = 5\,\mathrm{cm}$

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3\,cm$, $\overline{CD} = 4\,cm$, $\overline{BE} = 6\,cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

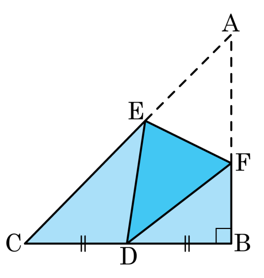
▷ 정답 : $\sqrt{43}$ cm

해설

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{EB}^2$ 이므로,

$x = \sqrt{6^2 + 4^2 - 3^2} = \sqrt{43}\ (cm)$

9. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



① $\angle AFE = \angle DFE$
② $\overline{AF} = \overline{FD}$
③ $\overline{BF} = \overline{DC}$
④ $\overline{AE} = \overline{ED}$
⑤ $\angle BFD = \angle DEC$

해설

③ $\overline{BF} \neq \overline{DC} = \overline{DB}$ 이다.
⑤ $\angle BFD \neq \angle DEC$ 이다.

10. 두 점 A$(4,\ 2a+1)$, B$(a+2,\ 1)$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=1$

▷ 정답 : $a=-\frac{1}{5}$ 또는 -0.2

해설

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(4-a-2)^2+(2a+1-1)^2}$
$=\sqrt{(2-a)^2+(2a)^2}=\sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $(2-a)^2+4a^2=5$

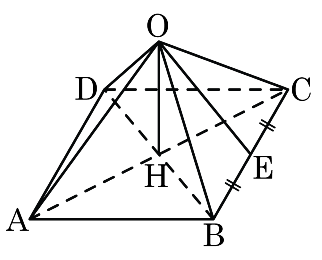
$4-4a+a^2+4a^2=5$

$5a^2-4a-1=0$

$(a-1)(5a+1)=0$

따라서 $a=1$ 또는 $a=-\frac{1}{5}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$cm 인 정사각형이고, 옆면은 이등변 삼각형인 정사각뿔이다. 정사각뿔 O – ABCD 의 높이가 $\sqrt{3}$cm 일 때, 정사각뿔의 겉넓이는?



① $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{10}+4\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{10}+8\text{cm}^2$
④ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ 20cm^2

해설

$\overline{\text{AC}} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4(\text{cm})$

$\overline{\text{HE}} = \frac{1}{2}\overline{\text{AB}} = \sqrt{2}(\text{cm})$

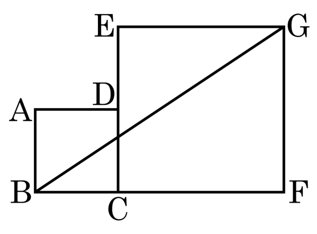
$\triangle$OHE 는 직각삼각형이므로 $\overline{\text{OE}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$

옆면의 이등변삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}(\text{cm}^2)$

밑면의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8(\text{cm}^2)$

그러므로 정사각뿔의 겉넓이는 $4 \times \sqrt{10} + 8 = 4\sqrt{10} + 8(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림은 정사각형을 두 개 연결해놓은 그림이다. 정사각형 ABCD 의 넓이는 12cm^2 , 정사각형 ECFG 의 넓이는 48cm^2 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

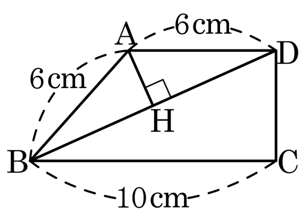
▷ 정답 : $2\sqrt{39}$ cm

해설

정사각형 ABCD 의 넓이가 12cm^2 이므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
정사각형 ECFG 의 넓이가 $48\ \text{cm}^2$ 이므로 $\overline{CF}$ 의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
$\overline{BF} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{GF} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\overline{BG} &= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{108 + 48} = \sqrt{156} \\ &= 2\sqrt{39}(\text{cm})\end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90°$ 이고, 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.

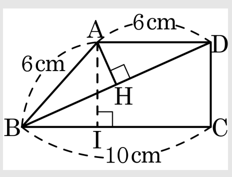


▶ 답: ________ cm

▷ 정답: $\sqrt{6}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면



$\overline{BI} = 4\text{cm}$, $\overline{AI} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DC} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\overline{BH} = \overline{HD} = \sqrt{30}\text{cm}$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{30})^2} = \sqrt{6}(\text{cm})$

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{c}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$

$y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$= \sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = 5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $= 1$

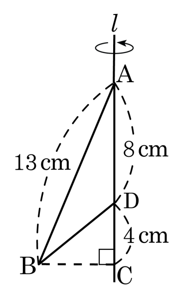
꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

$= \sqrt{(4 - 0)^2 + \{3 - (-1)\}^2} = 4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$= 6 + 4\sqrt{2}$ 이므로

$a + b + c$ 의 값은 12 이다.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABD를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\frac{100}{3}\pi\,\text{cm}^3$　② $60\pi\,\text{cm}^3$

③ $\frac{200}{3}\pi\,\text{cm}^3$　④ $80\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $\frac{400}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{\text{BC}}^2 = \overline{\text{AB}}^2 - \overline{\text{AC}}^2$ 이므로

$\overline{\text{BC}} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\text{cm})$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$$ 이다.