

1. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(-3, 5), B(6, -13)$$

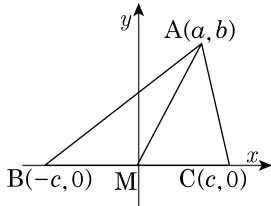
▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(6 + 3)^2 + (-13 - 5)^2} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}$$

2. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



직선 BC를 x 축, 중점 M을 지나고 변 BC에 수직인 직선을 y 축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C의 좌표를 각각

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라 하면

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (a+c)^2 + b^2 + (a-c)^2 + b^2 = (\text{가}) \text{ 이고,}$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$$

따라서 $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = (\text{나})$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (\text{다})(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

위

의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $a^2 + b^2 + c^2, a^2 + b^2 + c^2, 1$
- ② $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 1$
- ③ $2(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 2$
- ④ $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 2$
- ⑤ $3(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 3$

해설

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$= \{(-c-a)^2 + (0-b)^2\} + \{(c-a)^2 + (0-b)^2\}$$

$$= (c^2 + 2ca + a^2 + b^2) + (c^2 - 2ca + a^2 + b^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

3. 두 점 $A(-4, -3)$, $B(11, 9)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1:2$ 로 내분하는 점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

③ $(3, 3)$

④ $\left(\frac{7}{5}, \frac{5}{2}\right)$

⑤ $(6, 5)$

해설

$\overline{AB}$ 를 $1:2$ 로 내분하는 점을 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{11 - 8}{1 + 2} = 1, y = \frac{9 - 6}{1 + 2} = 1$$

$$\therefore (1, 1)$$

4. B(4, 2), C(0, 5) 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 1) 일 때, 꼭짓점 A의 좌표를 구하면?

① $A(-2, -3)$

② $A(-2, -4)$

③ $A(-1, -4)$

④ $A(-1, -3)$

⑤ $A(-1, 4)$

해설

A(x, y)라 하면

$$\frac{x + 4 + 0}{3} = 1, \frac{y + 2 + 5}{3} = 1$$

$$\therefore x = -1, y = -4$$

5. 점 (1, 3) 을 지나고 기울기가 3 인 직선은?

① $y = 3x$

② $y = -x + 2$

③ $y = -2x + 3$

④ $y = -2x$

⑤ $y = \frac{1}{3}x + 2$

해설

$$y - 3 = 3(x - 1)$$

$$\Rightarrow \therefore y = 3x$$

6. 점 $(1, 2)$ 를 지나고, x 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2$

해설

점 $(1, 2)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이므로

$$\therefore y = 2$$

7. 점 $(2, -4)$ 를 지나고 직선 $x - 2y - 4 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 1$

② $y = -2x + 1$

③ $y = -x + 2$

④ $y = x - 2$

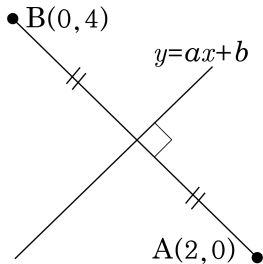
⑤ $y = -2x$

해설

$$2y = x - 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$$

따라서 구하는 직선의 방정식의
기울기는 -2 이고 점 $(2, -4)$ 를 지나므로
 $y + 4 = -2(x - 2)$, $y = -2x$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하는 직선 l 을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



① 4

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -4

해설

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{4-0}{0-2} = -2$ 이므로

구하는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

또, $\overline{AB}$ 의 중점 M 은

$$M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1, 2)$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1) \therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

9. 점 $(2, -1)$ 과 직선 $x - y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\therefore \text{거리} = \frac{|2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

10. 원 $x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ (k 는 임의의 실수)에 대하여 다음 중 반드시 옳은 것은?

- ① 반지름의 길이가 2 인 원이다.
- ② 원의 중심은 y 축 위에 있다.
- ③ 원은 두 점 $(0, -2), (0, 2)$ 를 지난다.
- ④ 원의 중심은 직선 $y = x$ 위에 존재한다.
- ⑤ 원은 점 $(1, 0)$ 을 지난다.

해설

$x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ 을 변형하면

$(x - k)^2 + y^2 = 4 + k^2$ 이므로

$x = 0$ 일 때, k 에 관계없이 $y^2 = 4$

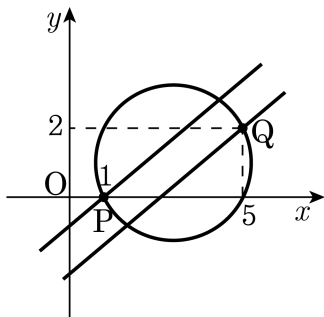
$\therefore y = \pm 2$

따라서 주어진 원은

$(0, -2), (0, 2)$ 의 두 점을 지난다.

또한, 원의 중심은 x 축 위에 있다

11. 다음 그림과 같이 좌표평면에서 평행한 두 직선에 의해 원의 넓이가 3등분되었다. 원과 직선의 교점 P, Q의 좌표가 각각 (1, 0), (5, 2) 이고, 원의 반지름의 길이가 r 일 때, r^2 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

평행한 두 직선에 의하여 원의 넓이가 3등분되었으므로
그림에서 두 점 P, Q는 원의 지름의 양 끝점이다.

따라서 구하는 원의 중심은 $\overline{PQ}$ 의 중점 $C(3, 1)$ 이므로,

$$r^2 = \overline{PC}^2 = (3 - 1)^2 + (1 - 0)^2 = 5 \text{ 이다.}$$

12. 세 점 $(1, 1)$, $(2, -1)$, $(3, 2)$ 를 지나는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 이라 할 때 $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

구하는 원의 방정식을

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \cdots \cdots \textcircled{A} \text{이라 하면}$$

$\textcircled{A}$ 는 점 $(1, 1)$, $(2, -1)$, $(3, 2)$ 를 지나므로

$$1 + 1 + A + B + C = 0, 4 + 1 + 2A - B + C = 0,$$

$$9 + 4 + 3A + 2B + C = 0$$

$$\therefore A = -5, B = -1, C = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$$

$$\therefore A \times B \times C = 20$$

13. 두 원 O_1 , O_2 의 중심거리가 $d = 7$ 이고, 그 각각 반지름의 길이 r_1 , r_2 가 2, 5일 때, 두 원은 어떤 위치관계에 있는가?

① 외접한다.

② 내접한다.

③ 두 점에서 만난다.

④ 만나지 않는다.

⑤ 네 점에서 만난다.

해설

$d = r_1 + r_2$ 이므로 두 원은 외접한다.

14. 다음 점 $(-3, 4)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(3, -4)$

② $(-4, 4)$

③ $(4, -3)$

④ $(-4, 2)$

⑤ $(-5, 0)$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

15. 점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 (a, b) 가 된다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

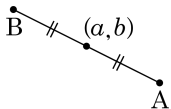
▷ 정답 : 12

해설

점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2, -5)$ 이고,
이 점을 다시 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
 $(2 + 3, -5 - 2) = (5, -7) = (a, b)$
따라서, $a = 5$, $b = -7$ 이므로
 $a - b = 12$

16. 다음 ()안에 알맞은 말을 넣어라.

좌표평면 위의 두 점 A 와 B 가 점 (a, b) 에 대하여 서로 대칭이면 점 (a, b) 는 두 점 A 와 B 의 ()이다.



▶ 답 :

▷ 정답 : 중점

해설

17. 두 점 $A(1, 2)$, $B(-1, -4)$ 에 대하여 직선 AB 의 윗부분 (경계선 제외) 을 나타내는 부등식은?

① $y < -3x + 1$

② $y > -3x + 1$

③ $y < 3x - 1$

④ $y > 3x - 1$

⑤ $y > 3x + 1$

해설

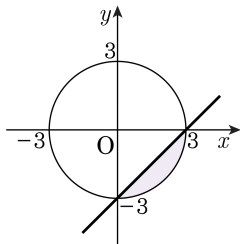
두 점 $A(1, 2)$, $B(-1, -4)$ 를 지나는
직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{-4 - 2}{-1 - 1}(x - 1)$$

$$\therefore y = 3x - 1$$

따라서 이 직선의 윗부분 (경계선 제외) 의 영역을 나타내는 부
등식은 $y > 3x - 1$

18. 다음 그림의 색칠한 부분을 부등식으로 나타내면? (단, 경계선 포함)



① $\begin{cases} y \leq x - 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$

③ $\begin{cases} y \geq x - 3 \\ x^2 + y^2 \geq 9 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} y \geq x - 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$

② $\begin{cases} y \leq x + 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$

④ $\begin{cases} y \geq x + 3 \\ x^2 + y^2 \geq 9 \end{cases}$

해설

주어진 그림에서 색칠한 부분은 원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 내부 (경계선 포함) 과 직선 $y = -3$ 의 아랫부분 (경계선 포함) 의 공통 부분이다.

따라서, 구하는 부등식은

$$\begin{cases} y \leq x - 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

19. 두 점 $A(-1, 4), B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$P = (a, 0)$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9, a = 2$$

$$\therefore P = (2, 0)$$

$$a + b = 2$$

20. 네 점 $O(0, 0)$, $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\square OABC$ 가 평행사변형일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선 OB , AC 의 중점이 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

21. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < k < 2$

② $0 < k < 4$

③ $-4 < k < 0$

④ $-2 < k < 0$

⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

22. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면?

① $2x + 3y + 13 = 0$

② $2x + 3y - 13 = 0$

③ $3x + 2y + 13 = 0$

④ $3x + 2y - 13 = 0$

⑤ $3x - 2y - 13 = 0$

해설

$(2, 3)$ 이 원 위의 점이므로

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 13$$

$$\therefore 2x + 3y - 13 = 0$$

23. 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 4 인 접선의 방정식은 $y = 4x \pm k$ 이다. k 를 구하면? (단, $k > 0$)

① $2\sqrt{7}$

② $2\sqrt{17}$

③ $5\sqrt{13}$

④ $3\sqrt{17}$

⑤ $3\sqrt{7}$

해설

기울기가 주어진 접선의 방정식

$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$ 에서

원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 4 인 접선의 방정식은

$y = 4x \pm 3\sqrt{17}$ 이다.

24. 부등식 $y \leq -x^2 + 4$ 를 만족시키는 양의 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선 $y = -x^2 + 4$ 의 경계를 포함한 아랫부분으로 이 영역에 속하는 점 $P(x, y)$ 중 x, y 가 모두 양의 정수인 것은

(i) $x = 1$ 일 때

$$y \leq -1^2 + 4 = 3 \text{ 이므로 } y = 1, 2, 3$$

(ii) $x = 2$ 일 때

$$y \leq -2^2 + 4 = 0$$

즉, 양의 정수 y 는 존재하지 않는다.

따라서 x, y 가 모두 양의 정수인 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ 의 3개이다.

25. 부등식 $3x+4y \geq 10$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x^2+y^2 의 최솟값은?

① 4

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 20

해설

부등식의 영역을 그리면 색칠한 부분과 같고,

$x^2+y^2 = k$ 라고 하면 원과 직선이 접할 때 k 가 최소이다.

⇒ 원과 직선이 접하면 원 중심과 직선 사이거리는 반지름과 같다.

$$\Rightarrow \frac{|-10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \sqrt{k}$$

$$\Rightarrow k = 4$$

