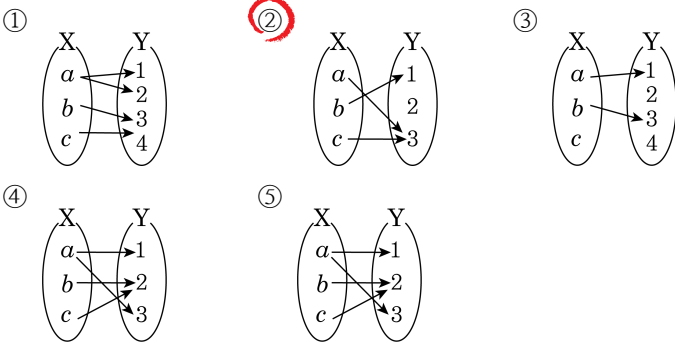


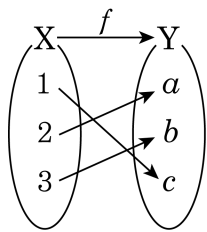
1. 다음 대응 중 함수인 것은?



해설

집합  $X$ 의 모든 원소 각각에 대하여 집합  $Y$ 의 원소가 하나씩만 대응하여야 하므로 함수의 정의에 맞는 것은 ②번이다.

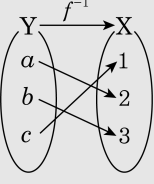
2. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때,  $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

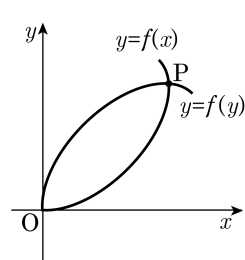
역함수  $f^{-1}$ 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

3. 다음 그림과 같은 두 곡선  $y = f(x)$  와  $x = f(y)$  의 교점  $P$  가 될 수 있는 점은 무엇인가?

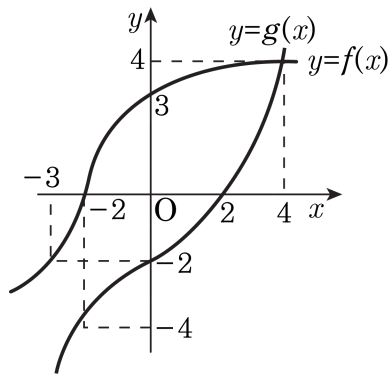
- ①  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$                       ②  $\left(1, \frac{3}{2}\right)$   
 ③  $(1, 2)$                       ④  $(2, 2)$   
 ⑤  $(2, 3)$



**해설**

$y = f(x)$  와  $x = f(y)$  는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점  $P$  는 함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = x$  의 교점과 같다. 따라서 점  $P$  는 직선  $x = y$  위의 점이므로  $(2, 2)$  이다.

4. 일대일대응인 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(g \circ f^{-1})(3)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f^{-1}(b) = a \Leftrightarrow f(a) = b$ 이므로  
 그래프를 이용하여  $f^{-1}(3)$ 의 값을 찾는다.  
 $f^{-1}(3) = a$ 라 하면  $f(a) = 3$   
 $\therefore a = 0$   
 $\therefore (g \circ f^{-1})(3) = g(f^{-1}(3)) = g(0) = -2$

5.  $f : X \rightarrow Y, x \rightarrow f(x)$ 라 한다.  $X$ 의 임의의 두 원소를  $a, b$ 라 할 때, 다음 중에서  $f$ 가 일대일 함수일 조건은?
- ①  $a = b$  이면  $f(a) = f(b)$       ②  $f(a) = f(b)$  이면  $a = b$   
③  $f(a) \neq f(b)$  이면  $a \neq b$       ④  $a \neq b$  이면  $f(a) = f(b)$   
⑤  $a = b$  이면  $f(a) \neq f(b)$

해설

일대일함수의 정의  
「 $a \neq b$  이면,  $f(a) \neq f(b)$ 」의 대우

6. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$  에 대하여  $f(x)$  는 항등함수이고,  $g(x) = -2$  인 상수함수일 때,  $f(4) + g(-1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

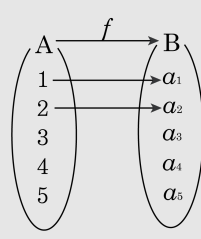
해설

$f(x)$  는 항등함수이므로  $f(x) = x$  에서  $f(4) = 4$   
 $g(x) = -2$  에서  $g(-1) = -2$   
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

7. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  에서 집합  $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$  로의 대응  $f$  중  $f(1) = a_1, f(2) = a_2$  인 함수  $f$  의 개수는?
- ① 8 개                      ② 25 개                      ③ 64 개  
④ 81 개                      ⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1, f(2) = a_2$  인 함수  
 $f : A \rightarrow B$  는 다음 그림에서  $A$  의 원소  
3, 4, 5 에  $B$  의 원소  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  중  
하나를 각각 대응시키면 된다.  
따라서, 구하는 함수의 개수는  $5 \times 5 \times 5 =$   
125 (개)



8. 두 함수  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = -x^2 + x$ 에 대하여  $(f \circ g)(2)$ ,  $(g \circ f)(2)$ 의 합숫값을 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

①  $-47$       ②  $-35$       ③  $12$       ④  $37$       ⑤  $47$

해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

9. 두 함수  $f(x) = -3x + k$ ,  $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여,  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는  $k$ 의 값은 얼마인가?

① -16      ② -14      ③ -6      ④ -4      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x + k, \quad g(x) = 2x + 4 \text{에서} \\ (f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \text{㉠} \\ (g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \text{㉡} \\ \text{㉠과 ㉡이 같아야 하므로} \\ -6x - 12 + k &= -6x + 2k + 4 \\ \therefore k &= -16 \end{aligned}$$

10. 함수  $f(x)$ 가  $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때,  $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$  에서  $2x+1 = 3$  이므로

$x = 1$  을 대입하면

$$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

①  $(f^{-1})^{-1} = f$

②  $g \circ f \neq f \circ g$

③  $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

④  $f \circ f^{-1} = I$

⑤  $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$$

즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

12. 공집합이 아닌 집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ,  $g(x) = -2x + 7$ 에 대하여 두 함수가 서로 같은 함수가 되게 하는 집합  $X$ 의 개수를 구하면?

① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

$$f(x) = g(x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = -2x + 7$$

$$x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$X$ 는 집합  $\{-2, 2\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이어야 한다.

따라서 구하는 집합의 개수는  $2^2 - 1 = 3$  (개)

13.  $f(x) = 2x - 3$  일 때,  $f(f(x)) = f(f(f(x)))$ 를 만족하는  $x$ 의 값을 구하여라.

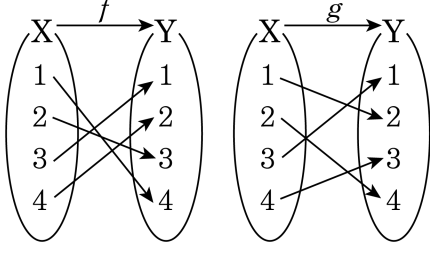
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= 4x - 9, \quad f(f(f(x))) = 8x - 21 \text{ 이므로} \\ 4x - 9 &= 8x - 21 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

14. 두 함수  $f, g$  가 아래 그림과 같이 정의될 때,  $g = h \cdot f$  를 만족시키는 함수  $h$  에 대하여  $h(2)$  의 값은?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$g = h \cdot f$  이고 함수  $f$  는 일대일대응이므로  
 역함수가 존재한다.  
 $\therefore g \cdot f^{-1}$   
 $= (h \cdot f) \cdot f^{-1} = h \cdot (f \cdot f^{-1})$   
 $= h \cdot I = h$   
 $\therefore h(2) = (g \cdot f^{-1})(2)$   
 $= g(f^{-1}(2))$   
 $= g(4) (\because f^{-1}(2) = 4)$   
 $\therefore g(4) = 3$

15.  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \geq 0) \\ x + 1 & (x < 0) \end{cases}$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때,  $g(5) + g(0)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$g(5) = a$  라 하면  $f^{-1}(5) = a$  에서  $f(a) = 5$   
그런데  $x \geq 0$  일 때,  $f(x) = x^2 + 1 \geq 1$  이므로  
 $f(a) = a^2 + 1 = 5$   
 $\therefore a = 2 (\because a \geq 0) \therefore g(5) = 2$   
또,  $g(0) = b$  라 하면  $f^{-1}(0) = b$  에서  $f(b) = 0$   
그런데  $x < 0$  일 때,  $f(x) = x + 1 < 1$  이므로  
 $f(b) = b + 1 = 0$   
 $\therefore b = -1 \therefore g(0) = -1$   
 $\therefore g(5) + g(0) = 2 - 1 = 1$

16. 점  $(2, 1)$ 을 지나는 일차함수  $y = f(x)$ 의 그래프와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 일치할 때,  $f(-2)$ 의 값은?

①  $-5$       ②  $-2$       ③  $0$       ④  $2$       ⑤  $5$

해설

$f = f^{-1}$ 이므로  $(f \circ f)(x) = x$

$f(x) = m(x - 2) + 1 = mx - 2m + 1$  ( $m \neq 0$ ) 으로 놓으면

$f(f(x)) = m(mx - 2m + 1) - 2m + 1 = x$

$\therefore m^2x - 2m^2 - m + 1 = x$

즉,  $m^2 = 1$ ,  $-2m^2 - m + 1 = 0$ 이므로

$m = -1$

따라서  $f(x) = -x + 3$ 이고

$f(-2) = -(-2) + 3 = 5$ 이다.

17. 자연수 전체의 집합  $N$ 에서  $N$ 으로의 함수에 대하여  $f(x) = (x \text{를 } 3 \text{으로 나눈 나머지})$ 로 정의할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠  $f(10) = 1$
- ㉡  $f(x) = 2$ 를 만족하는 두 자리 자연수  $x$ 의 개수는 29개이다.
- ㉢ 임의의 자연수에 대하여  $f(x) = f(x^2)$ 이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠  $10 = 3 \times 3 + 1$  즉 나머지 1  
 $\therefore f(10) = 1$   
㉡  $f(x) = 2$ 를 만족하는 자연수는  $x$ 를 3으로 나누면 나머지가 2 이므로  $x = 3n + 2$  ( $n$ 은 음이 아닌 정수)이고 두 자리수이므로  
 $10 \leq 3n + 2 \leq 99$ , 즉  $8 \leq 3n \leq 97$ ,  $\frac{8}{3} \leq n \leq \frac{97}{3}$   
 $\therefore n = 3, 4, 5, 6 \dots, 32$  이므로 30개이다.  
㉢  $x = 2$ 일 때,  $f(2) = 2$ 이고  $f(2^2) = f(3 \times 1 + 1) = 1$  이므로  $f(x) \neq f(x^2)$ 이다.  
따라서, 옳은 것은 ㉠뿐이다.

18. 다항식  $f(x)$  가 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ ,  $f(1) = 1$  을 만족시킬 때,  $f(0) + f(2)$  의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

임의의 실수에 대하여

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$  를 만족하므로

$x = 1, y = 1$  을 준식에 대입하면

$$1 = 1 \cdot 1 = f(1)f(1) = f(2) + f(0)$$

$$\therefore f(0) + f(2) = 1$$

19. 퀴즈대회에 나간 호준이는 다음에 주어진 마지막 문제를 맞히면 우승이다. 호준이가 우승할 수 있는 답을 고르면?

집합  $A = \{a, b, c\}$  일 때,  $A$  에서  $A$  로의 함수  $f : A \rightarrow A$  에 대하여,  
함수의 개수는  $m$  개,  
일대일 대응 함수의 개수는  $n$  개,  
상수 함수는  $s$  개,  
항등함수는  $r$  개이다.  
 $m + n + s + r$  의 값을 구하여라.

- ① 21                      ② 27                      ③ 33                      ④ 37                      ⑤ 43

해설

함수의 개수는  $3^3 = 27$ (가지)  $\therefore m = 27$   
일대일 대응의 개수는  
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)  $\therefore n = 6$   
상수함수의 개수는 치역이  $a, b, c$  인 경우의 3가지  
 $\therefore s = 3$   
항등함수의 개수는 1가지  $\therefore r = 1$   
따라서  $m + n + s + r = 27 + 6 + 3 + 1 = 37$

20.  $f(5) = 10$ ,  $f(10) = 30$  이고  $g(x) = ax - 10$  인 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$  에 대하여  $f^{-1} \circ g = f$  를 만족하는 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 8$

해설

$f \circ (f^{-1} \circ g) = f \circ f$  에서

$g = f \circ f \cdots \textcircled{1}$

$g(5) = f(f(5)) = f(10) = 30 \cdots \textcircled{2}$

$\therefore 5a - 10 = 30$

따라서 구하는  $a$ 의 값은 8 이다.