

1. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면?
- ① 2 보다 작은 짝수의 모임
 - ② 암기력이 좋은 사람들의 모임
 - ③ 분자가 3 인 분수의 모임
 - ④ 4 보다 작은 4 의 배수의 모임
 - ⑤ 작은 수들의 모임

해설

- ② ‘암기력이 좋은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘작은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{2, 4, 6, 8, \dots, 998, 1000\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 50 \text{보다 큰 } 5 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x|2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$
- ⑤ $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$

해설

- ② $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$
- ③ $\{55, 60, 65, 70, \dots\}$
- ④ $\emptyset$

3. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, $n(A) = 2$
- ㉡ $B = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(B) = 4$
- ㉢ $n(\phi) = 1$
- ㉤ $C = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 이면, $n(C) = 90$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\{4, 8\}$ 이므로 $n(A) = 2$ 이다.
- ㉡ $\{1, 3, 9, 27\}$ 이므로 $n(B) = 4$ 이다.
- ㉢ 공집합은 원소의 개수가 없다. 그러므로 $n(\phi) = 0$ 이다.
- ㉤ $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ 이므로 $n(C) = 99 - 9 = 90$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{\emptyset\}) = 0$

② $n(\{2\}) = 2$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}) = 6$

④ $n(\{x \mid x \text{는 } 2 < x < 3 \text{인 자연수}\}) = 1$

⑤ $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 2$

해설

$$n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 3 - 1 = 2$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $10 \in A$

② $9 \notin A$

③ $A \subset B$

④ $\{3\} \subset B$

⑤ $B \not\subset A$

해설

① $10 \notin A$

② $9 \in A$

③ $A \not\subset B$

⑤ $B \subset A$

6. $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1\} \subset A$

② $\{1, 2, 0\} \subset A$

③ $\{0\} \subset A$

④ $0 \subset A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 집합 A 의 원소이므로 $\in$ 기호를 이용하여 나타내어야 한다.

7. 집합 $A = \{1, 10\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 10\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2
를 곱한 값과 같다.
따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

8. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 3\}\}$ 의 진부분 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

진부분집합은 부분집합 전체에서 자기자신을 제외한 것들이다.
 $n(A) = 3$ 이므로 진부분집합의 개수 : $2^3 - 1 = 7$ (개)

9. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

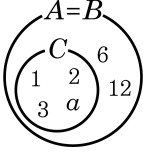
① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^{(3\text{을 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

10. 다음 벤 다이어그램을 보고, a, b 의 값을 구하여라.

$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, b, 12\}$ $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$



▶ 답 :

▶ 답 :

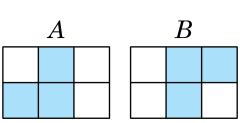
▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

집합 A, C 를 원소나열법으로 각각 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 벤 다이어그램에서 $C \subset A$ 이므로 $a = 4$ 이다. 또, $A = B$ 이므로 $b = 6$ 이다.

11. 두 집합 A, B 가 그림과 같을 때, $A \cup B$ 를 나타낸 것으로 옳은 것은?



- ①

②

③

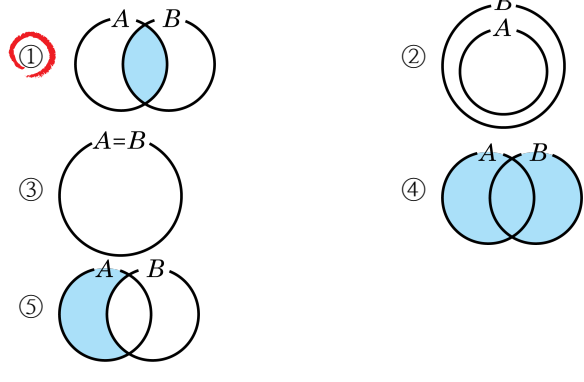
- ④

⑤

해설

$A \cup B = A \cup B$

12. $A \cap B$ 를 벤 다이어그램으로 나타낸 것은?



해설

집합 A 에 속하고 집합 B 에도 속하는 모든 원소로 이루어진 집합

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{5, 8, 9, 13\}$, $A \cap B = \{5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 의 원소가 아닌 것은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 5
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

A

B

8

5

2

13

9

12

4

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 원소 5와 9는 집합 B 에도 속한다.
 $5 \in B, 9 \in B$
 $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 의 원소에서 집합 A 의 원소들을 빼고 난 나머지는,
집합 B 에서 교집합에 속하는 원소들을 뺀 나머지 원소들이다.
따라서 2, 4, 12 는 집합 B 에 속한다.
 $2 \in B, 4 \in B, 12 \in B$

14. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 24$, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 9$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값은?

① 25

② 30

③ 35

④ 40

⑤ 45

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 24 + 15 - 9 = 30 \end{aligned}$$

15. 다음 집합을 조건제시법으로 나타낸 것이다. 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = \{x|x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$

② $A - B = \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$

③ $A \cap B = \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$

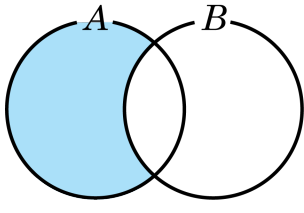
④ $A^c = \{x|x \in U \text{ 또는 } x \notin A\}$

⑤ $B - A = \{x|x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$

해설

$A^c = \{x|x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$

16. 다음 중에서 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ①

$A - B$
- ②

$B - A$
- ③

$A \cap B$
- ④

$A \cup B$
- ⑤

$B \cap A^c$

해설

②, ⑤

A Venn diagram with two overlapping circles, A and B. Circle A is white, and circle B is shaded blue.

③

A Venn diagram with two overlapping circles, A and B. The intersection of A and B is shaded blue.

④

A Venn diagram with two overlapping circles, A and B. Both circles A and B are shaded blue.

17. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A^c - B)^c$ 과 같은 집합은?

① $A \cup B$

② $A \cap B$

③ $A^c \cap B$

④ $(A \cup B)^c$

⑤ $(A \cap B)^c$

해설

$$(A^c - B)^c = (A^c \cap B^c)^c = (A \cup B)$$

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cup B^c = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합을 구하면?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c$$

$$\therefore A \cap B = \{2, 6\}$$

$$\therefore 2 + 6 = 8$$

19. 원소의 개수가 30인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 18$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$n(A \cup B) = 18$$

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 30 - 18 = 12$$

20. $p : x = 3$, $q : x^2 = 3x$ 에서 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

해설
조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면 $P = \{3\}$, $Q = \{0, 3\}$
이므로 $P \subset Q$, $Q \not\subset P \therefore$ 충분조건

21. 다음 빈 칸에 알맞은 말을 써 넣어라.

$A \cap B = A$ 인 것은 $A \subset B$ 이기 위한 조건이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 필요충분

해설

$A \cap B = A$ 인 것이 곧, $A \subset B$ 을 의미하므로 명제와 역 모두 참이 되는 필요충분조건이다.

22. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$$

$$= 1 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} + 4 \geq 5 \cdot 2 \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

따라서 최솟값은 9이다.

(단, 등호는 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 즉 $b = 2a$ 일 때 성립)

23. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$$
$$= 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + 1 + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + 1$$
$$= 3 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \text{ 에서}$$
$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2$$
$$\sqrt{\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c}} = 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{c}} = 2$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 $3 + 6 = 9$

24. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값 M , 최솟값 m 의 합 $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해
 $(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$
 $(x + 2y)^2 \leq 5 \cdot 5$
 $\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5$ 이므로
 $x + 2y$ 의 최댓값 $M = 5$, 최솟값 $m = -5$
 $\therefore M + m = 5 + (-5) = 0$

25. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 일 때, 집합 $\{x^2 \mid x \in A, x \notin B\}$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은?
- ① $\{4, 9\}$ ② $\{9, 16\}$ ③ $\{9, 25\}$
④ $\{9, 36\}$ ⑤ $\{16, 36\}$

해설

$A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이므로
 $x \in A$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 5 \cdots \textcircled{1}$
 $x \notin B$ 에서 $x \neq 2$ 이고 $x \neq 4$ 이고 $x \neq 6 \cdots \textcircled{2}$
이때 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은
 $x = 3, x = 5$
따라서 가능한 x^2 의 값은
 $x^2 = 3^2 = 9, x^2 = 5^2 = 25$

26. 명제 ‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다’가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

- ① $Q \subset P$
- ② $Q^c \subset P$
- ③ $P \subset Q^c$
- ④ $P \cup Q = P$
- ⑤ $P \subset Q$

해설

‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.’가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

27. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?

- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
- ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
- ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
- ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
- ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

28. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.
(역의 반례: $x = -5$)

29. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

30. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z 는 모두 실수)

① $p : a < b, \quad q : |a| < |b|$

② $p : 2x + 3 = 5, \quad q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p : a > 3, \quad q : a^2 > 9$

④ $p : x > 0$ 이고 $y > 0, \quad q : x + y > 0$

⑤ $p : xy = yz, \quad q : x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.

① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.

② p, q 를 만족하는 값이 모두 $x = 1$ 이므로 필요충분조건이다.

③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건이다.

31. 실수 x 에 대하여 $x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 ‘ $x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.’가 참이다.
 $x+1=0$ 에서 $x=-1$ 을 $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면
 $(-1)^2+2\cdot(-1)+a=1-2+a=0$
 $\therefore a=1$

32. $q > p > 1$ 인 실수 p, q 에 대하여 $pq + p$ 와 $p^2 + q$ 의 대소를 비교하면?

① $pq + p < p^2 + q$

② $pq + p \leq p^2 + q$

③ $pq + p > p^2 + q$

④ $pq + p \geq p^2 + q$

⑤ $pq + p = p^2 + q$

해설

$$\begin{aligned}(pq + p) - (p^2 + q) &= pq - q - p^2 + p \\ &= q(p - 1) - p(p - 1) \\ &= (p - 1)(q - p)\end{aligned}$$

$q > p > 1$ 이므로 $p - 1 > 0$, $q - p > 0$

따라서 $(p - 1)(q - p) > 0$ 이므로

$$pq + p > p^2 + q$$

33. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

- ① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$
④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

해설

$2^{10n} > 0$, $1000^n > 0$ 이고, n 이 자연수이므로

$$\frac{2^{10n}}{1000^n} = \frac{(2^{10})^n}{1000^n} = \left(\frac{2^{10}}{1000}\right)^n = \left(\frac{1024}{1000}\right)^n > 1$$

$$\therefore 2^{10n} > 1000^n$$