

1. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 8 개

▷ 정답: 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$
(a, b 의 공약수의 개수) = (24의 약수의 개수)
= $(3 + 1) \times (1 + 1)$
= 8(개)

2. 최대공약수가 6 인 두 자연수 A, B 에 대하여 $A \times B = 540$ 이 성립한다. 이때, 두 수 A, B 의 최소공배수는?

① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$ 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 두 수의 곱은 90 이다.

3. 다음 중 24 와 서로소인 것은?

- ① 8 ② 12 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $25 = 5^2$ 이므로 24 와 25 는 서로소이다.

4. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

- ① 12 ② 18 ③ 36 ④ 42 ⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

5. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a+b-c$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a+b-c = 5$ 이다.

6. 두 자연수의 최소공배수가 72 일 때, 두 수의 공배수 중 200 보다 작은 수를 모두 고르면?(정답 2개)

① 36 ② 72 ③ 104 ④ 144 ⑤ 180

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 72 의 배수 72 , 144 , 216 , 288 , 360 , ... 중 200 보다 작은 수는 72 , 144 이다.

7. 가로 길이가 16 cm, 세로 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \ 5} \end{array}$$

8. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 3 \times 5$ 의 공약수가 아닌 것은?

① 2×3^2

② 2×3

③ $2 \times 3 \times 5$

④ 15

⑤ 20

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고 최대공약수가 $2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
① 2×3^2 은 공약수가 아니다.

9. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{l} 6 \times x = 2 \times 3 \times x \\ 6 \times x = 2^3 \times 3 \times x \\ \hline \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \text{①} \\ 24 \times x = 216 \\ x = 216 \div 24 = 9 \end{array}$$

10. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28의 배수 중 200보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14\dots$ 따라서 200보다 작은 자연수의 개수는 7개이다.

11. 사과 60 개, 배 48 개, 귤 72 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 사과는 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가?

- ① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

학생 수는 60, 48, 72의 최대공약수 12 명이고,
나누어 주는 사과의 개수는 $60 \div 12 = 5$ (개)

12. 가로 길이가 720cm, 세로 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$ cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

- ① 140개 ② 160개 ③ 180개
④ 200개 ⑤ 220개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는
 $2^2 \times 3^2 = 36$
따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한
타일의 개수는
 $(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140$ (개)이다.

13. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개)이다.

14. 두 자연수 27, 39를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.

이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

27, 39, 51을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, $(27 - 3)$, $(39 - 3)$ 을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

15. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

16. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, \dots , 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, \dots , 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

17. 두 분수 $\frac{1}{16}, \frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는?

- ① 16 ② 32 ③ 48 ④ 96 ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.
16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로
48, 96, 144, ... 이다.

18. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

19. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
 $a = 3^2 = 9$

20. 세 수 60, 90, 150 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

60, 90, 150 의 최대공약수 : 30

공약수 중 소수 : 2, 3, 5

(소수의 합) = $2 + 3 + 5 = 10$