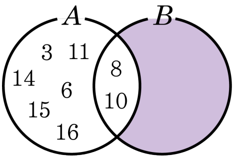
1. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{3, 6, 8, 10, 11, 14, 15, 16\}$, $A \cup B = \{2, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19\}$ 일 때 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$에서 A 의 원소를 뺀 것이다.
$A \cup B = \{2, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.
그러므로 색칠한 부분의 원소는 $2, 9, 13, 18, 19$ 이다.
원소의 합은 $2 + 9 + 13 + 18 + 19 = 61$ 이다.

2. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 7 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $(A^c \cup B^c) \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

해설

$(A^c \cup B^c) \cup B = (A \cap B)^c \cup B = U$

따라서, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$이다.

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 25, n(B) = 23, n(A-B) = 15$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $n(A \cap B^c) = 15$

② $n(A \cap B) = 10$

③ $n((A \cup B)^c) = 5$

④ $n(A^c) = 15$

⑤ $n(B - A) = 13$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 23 - 10 = 38$ 이므로

③ $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 38 = 2$ 이다.

4. 전체집합 $U = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21\}$의 두 부분집합 $A = \{3,\ 9,\ 15,\ 21\}$, $B = \{12,\ 15,\ 18,\ 21\}$에 대하여 연산 $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$로 정의할 때, $(A \triangle B) \triangle B^c$을 나타낸 것은?

① $\{3,\ 6,\ 12\}$

② $\{3,\ 12,\ 18\}$

③ $\{3,\ 15,\ 21\}$

④ $\{6,\ 12,\ 18\}$

⑤ $\{6,\ 12,\ 15,\ 18\}$

해설

$$\begin{aligned} A \triangle B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= \{3,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21\} - \{15,\ 21\} \\ &= \{3,\ 9,\ 12,\ 18\} \end{aligned}$$

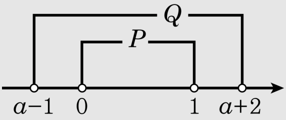
$$\begin{aligned} \therefore\ (A \triangle B) \triangle B^c &= \{3,\ 9,\ 12,\ 18\} \triangle \{3,\ 6,\ 9\} \\ &= \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18\} - \{3,\ 9\} \\ &= \{6,\ 12,\ 18\} \end{aligned}$$

5. 명제 '$0 < x \leq 1$ 이면 $a-1 < x < a+2$ 이다.' 가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < a < 1$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$

④ $-1 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설



$p : 0 < x \leq 1$, $q : a-1 < x < a+2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a-1 \leq 0$, $a+2 > 1$

$a \leq 1$, $a > -1$

$\therefore \ -1 < a \leq 1$

6. 두 명제 $p \to q$와 $r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $\sim q \to \sim p$	㉡ $r \to \sim p$	㉢ $r \to p$
㉣ $p \to r$	㉤ $\sim q \to p$	

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$p \to q$와 $r \to \sim q$가 참이면 그 대우인 $\sim q \to \sim p$, $q \to \sim r$이 참

$p \to q \to \sim r$이므로 $p \to \sim r$가 참이고 그 대우인 $r \to \sim p$가 참

7. 다음에서 조건 p가 조건q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단,a, b 는 실수)

㉠ $p: A \cup B = B,\ q: A \subset B$
㉡ $p: a^2 + b^2 = 0,\ q: a = 0$ 이고 $b = 0$
㉢ $p: a^2 = b^2\ q: a = b$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $p: a^2 = b^2 \leftarrow q: a = b$

$\therefore p$는 q이기 위한 필요조건

8. 두 집합 $A = \{0, a+1, b\}, B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}, A \cap B = \{3\}$ 일 때 $a - b$ 는?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

$A = \{0, a+1, b\}, B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}, A \cap B = \{3\}$ 이므로 A 에는 있고 B 에는 없는 원소는 0 과 1 이며 두 집합에 모두 있는 원소는 3 이다.

따라서 $a + 1 = 3$ 또는 $b = 3$ 임을 알 수 있다.

1) $a + 1 = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 2,\ b = 1$ 이므로 $B = \{2, 1, 3\}$이 되어 $A \cap B = \{3\}$에 부적합.

2) $b = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 0,\ b = 3$ 이므로 $B = \{-3, 3, 6\}$조건에 합치.

$\therefore a - b = -3$

9. 전체집합 U의 임의의 부분집합을 A라 하고 조건 p, q를 만족시키는 집합을 P, Q라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \to p$　　② $p \to q$　　③ $p \leftrightarrow q$

④ $q \to p$　　⑤ $q \to \sim p$

해설

집합 A 가 전체집합 U의 임의의 부분집합이므로 $A = U$라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\varnothing \cap Q) = P \cup \varnothing = P$

우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q$ $\therefore$ $P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$

$\therefore$ $q \to p$는 참이다.

10. 네 조건 p, q, r, s에 대하여 p는 q이기 위한 충분조건, r은 q이기 위한 필요조건, s는 $\sim r$이기 위한 충분조건 일 때 다음 중 옳은 것은?

① $r \rightarrow q$ ② $q \rightarrow \sim p$ ③ $s \rightarrow \sim q$

④ $\sim s \rightarrow \sim p$ ⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

$p \rightarrow q \quad s \rightarrow \sim r \quad q \rightarrow r$

$q \rightarrow r$의 대우 : $\sim r \rightarrow \sim q$

$\therefore s \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow \sim q$ 이므로 $s \rightarrow \sim q$

11. $\{\{0\}, 1, 2, \{1,2\}, \{\varnothing\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\varnothing \in A$ ② $\{0\} \subset A$ ③ $\{1,2\} \subset A$

④ $\{1\} \in A$ ⑤ $\{\varnothing\} \subset A$

해설

① $\{\varnothing\} \in A$

② $\{\{0\}\} \subset A$

④ $1 \in A$

⑤ $\{\{\varnothing\}\} \subset A$

12. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_N\}$ 에 대하여 $[P] = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \cdots \times p_N$ 이라 정의한다. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_8$ 이라 할 때, $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \cdots \times [A_8]$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1296

해설

$A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합이 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_8$ 일 때,
집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{3-1} = 4$ (번) 씩 나온다.
따라서 $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \cdots \times [A_8] = 1^4 \times 2^4 \times 3^4 = 1296$