

1. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b+c}{3} = 89, \quad a+b+c = 267$$

$$\frac{a+b+c+x}{4} = 90, \quad (a+b+c) + x = 360, \quad 267 + x = 360 \quad \therefore x = 93$$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

2. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e-mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사람은 누구인가?

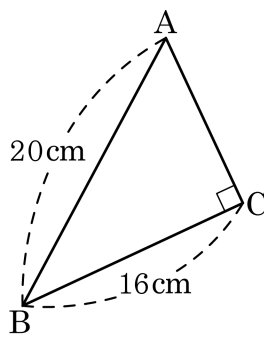
	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

- ① 성재 ② 선영 ③ 민지 ④ 성수 ⑤ 경희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을 수록 변량이 평균에서 더 가까워지므로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

3. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?

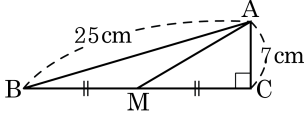


- ① 92cm^2 ② 94cm^2 ③ 96cm^2
④ 98cm^2 ⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$
 $\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$
 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$
따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\text{ cm}$, $\overline{AC} = 7\text{ cm}$ 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?

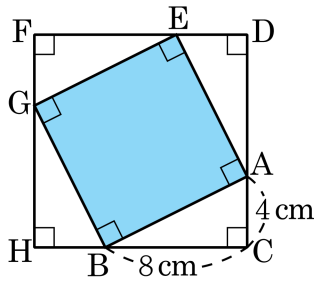


- ① $\sqrt{190}\text{ cm}$ ② $\sqrt{191}\text{ cm}$ ③ $\sqrt{193}\text{ cm}$
 ④ $\sqrt{194}\text{ cm}$ ⑤ $\sqrt{199}\text{ cm}$

해설

$\triangle ABC$ 에서
 $\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$
 $\therefore \overline{BC} = 24$
 $\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC} \therefore \overline{MC} = 12(\text{ cm})$
 $\triangle AMC$ 에서
 $\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$
 $\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(\text{ cm})$

5. 다음 그림의 □FHCD는 △ABC와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

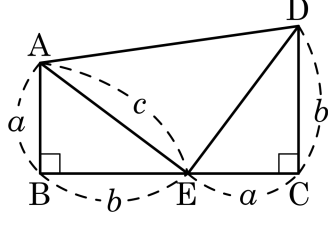
▷ 정답 : 80 cm²

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\square BAEG = (4\sqrt{5})^2 = 80 \text{ (cm}^2\text{)}$$

6. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

$\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로
 $\frac{1}{2}ab + (가) + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 (나) 이다.

- ① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$
② (가) c^2 (나) $b^2 + c^2 = a^2$
③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$
④ (가) c^2 (나) $b^2 - a^2 = c^2$
⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

해설

$\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로
 $\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

7. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

- ① 1 시간
- ② 2 시간
- ③ 3 시간
- ④ 4 시간
- ⑤ 5 시간

해설

(평균) = $\frac{\{(변량)의총합\}}{\{(변량)의갯수\}}$ 이므로
 $\frac{2 + 1 + 0 + 3 + 2 + 1 + 5}{7} = \frac{14}{7} = 2(시간)$ 이다.

8. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8, \quad x+y+24=40$$

$$\therefore x+y=16 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-105 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-105=16 \times 16-105=151$$

$$\therefore x^2+y^2=151 \cdots \textcircled{3}$$

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$$

$$16^2=151+2xy, \quad 2xy=105$$

$$\therefore 4xy=210$$

9. 3개의 변량 x, y, z 의 변량 x, y, z 의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균이 m , 표준편차가 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z 의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$ 의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2 + (2y-16)^2 + (2z-16)^2}{3}$$

$$= \frac{4 \{ (x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2 \}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

10. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	a
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

- ① 60
- ② 70
- ③ 80
- ④ 90
- ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(계급값) \times (도수)\}의 총합}{(도수)의 총합}$$
$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

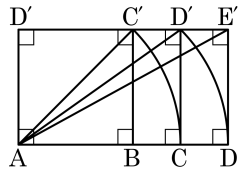
$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$
$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

11. 다음 그림에서 $\square ABCD'$ 은 정사각형이고 $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



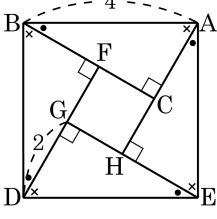
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AB} = x$ 라고 두면 $\overline{AD} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}, x = 2$ 이다.

12. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABDE$ 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\text{ cm}$
 ② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $\overline{EH} = 2\text{ cm}$
 ④ $\overline{CF} = 2\text{ cm}$
 ⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\text{ cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$ (RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\text{ cm})$

13. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

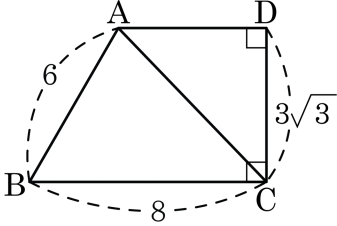
해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

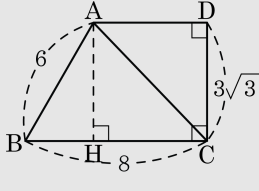
14. 가로 길이가 8, 세로 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H 라 하면,
 $\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$
 $\triangle ABH$ 에서 $6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$
 $\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5$ 이므로
 $\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$
 $\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$

15. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 $a, a + 50, b$ 인 삼각형이 직각 삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a + 50$ 이 빗변인 경우이다.

피타고라스 정리에 의해 $a^2 + b^2 = (a + 50)^2$

$$\therefore b = 10\sqrt{a + 25}$$

그런데 b 는 자연수이므로 $a + 25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.

이때, $a + 25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a + 25 = 36$

에서 $a = 11$ 일 때이다.

따라서 b 의 최솟값은 $10\sqrt{11 + 25} = 60$ 이다.