1. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$\dfrac{a+b+c}{3}=89,\quad a+b+c=267$

$\dfrac{a+b+c+x}{4}=90,\quad (a+b+c)+x=360,\quad 267+x=360\quad \therefore\ x=93$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

2. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e – mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사람은 누구인가?

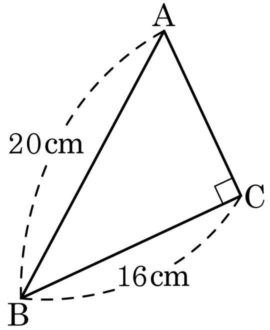
	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

① 성재 ② 선영 ③ 민지 ④ 성수 ⑤ 경희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균에서 더 가까워지므로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

3. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① $92\mathrm{cm}^2$　② $94\mathrm{cm}^2$　③ $96\mathrm{cm}^2$

④ $98\mathrm{cm}^2$　⑤ $100\mathrm{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$

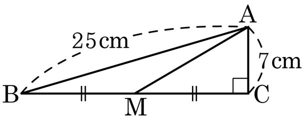
$\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\,cm$, $\overline{AC} = 7\,cm$ 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\,cm$　② $\sqrt{191}\,cm$　③ $\sqrt{193}\,cm$

④ $\sqrt{194}\,cm$　⑤ $\sqrt{199}\,cm$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$

$\therefore \overline{BC} = 24$

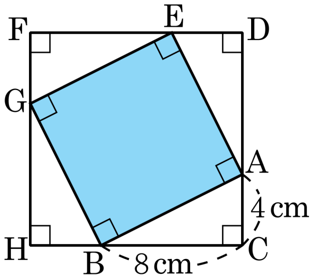
$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$　$\therefore \overline{MC} = 12(cm)$

$\triangle AMC$ 에서

$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$

$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(cm)$

5. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

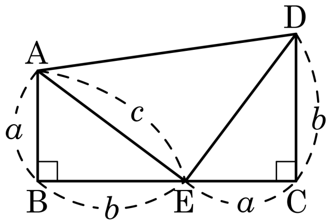
▷ 정답 : 80 cm^2

해설

$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\square BAEG = (4\sqrt{5})^2 = 80\ (\text{cm}^2)$

6. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로
$\frac{1}{2}ab + (\text{가}) + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$

② (가) c^2 (나) $b^2 + c^2 = a^2$

③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$

④ (가) c^2 (나) $b^2 - a^2 = c^2$

⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

해설

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로
$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

7. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1시간 ② 2시간 ③ 3시간

④ 4시간 ⑤ 5시간

해설

$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7}=\dfrac{14}{7}=2(\text{시간})$ 이다.

8. 다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$$

$\therefore\ x+y=16\cdots㉠$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots㉢$

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

9. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

10. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	a
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3+1+1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

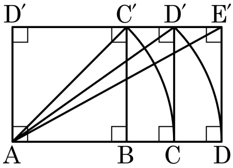
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

11. 다음 그림에서 □ABC′D′은 정사각형이고 $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



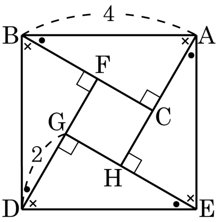
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AB} = x$라고 두면 $\overline{AD} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}, x = 2$ 이다.

12. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $\overline{EH} = 2\,\text{cm}$

④ $\overline{CF} = 2\,\text{cm}$

⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$(RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\text{cm})$

13. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

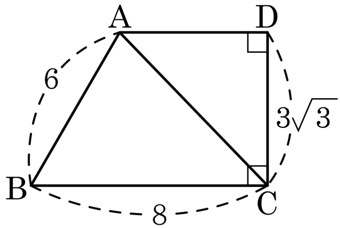
해설

$$(\text{분산}) = \frac{\left\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\right\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

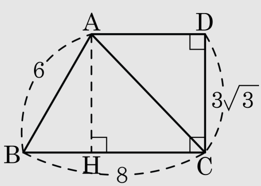
14. 가로의 길이가 8, 세로의 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H 라 하면,

$\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$

$\triangle ABH$ 에서 $6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$

$\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5$ 이므로

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$

$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$

15. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 a, $a+50$, b 인 삼각형이 직각삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a+50$ 이 빗변인 경우이다.
피타고라스 정리에 의해 $a^2+b^2=(a+50)^2$
$\therefore\ b=10\sqrt{a+25}$
그런데 b는 자연수이므로 $a+25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.
이때, $a+25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a+25=36$ 에서 $a=11$ 일 때이다.
따라서 b의 최솟값은 $10\sqrt{11+25}=60$ 이다.