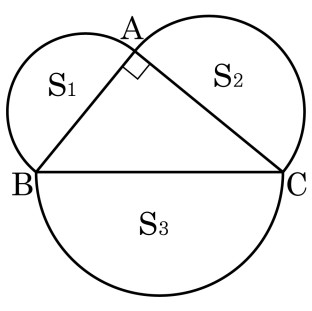
1. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1 , S_2 , S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\text{cm}^2$, $S_2 = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



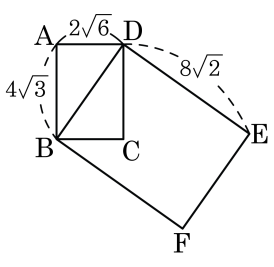
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_3 = 25\pi(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선을 한 변으로 하는 직사각형 BDEF 의 넓이는?

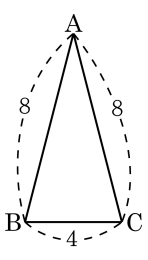


① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 124

해설

삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라
$\sqrt{(2\sqrt{6})^2 + (4\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{2}$
따라서 직사각형 BDEF의 넓이는
$6\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} = 96$ 이다.

3. 다음과 같이 두 변의 길이가 8, 밑변의 길이가 4인 이등변삼각형의 넓이는?



① $4\sqrt{13}$ ② $4\sqrt{15}$ ③ $4\sqrt{17}$ ④ $4\sqrt{19}$ ⑤ $4\sqrt{21}$

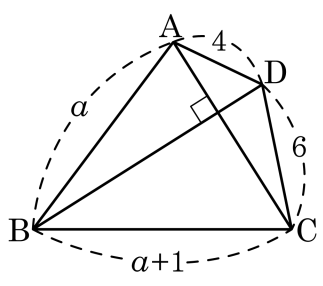
해설

이등변삼각형의 높이는

$\sqrt{8^2-2^2} = \sqrt{64-4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

(넓이) $= 4 \times 2\sqrt{15} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{15}$

4. 다음 그림과 같이 대각선이 서로 직교하는 사각형 ABCD 에서 a 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{19}{2}$

해설

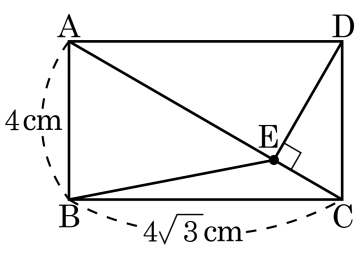
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 이므로

$a^2 + 6^2 = (a+1)^2 + 4^2$

$a^2 + 36 = a^2 + 2a + 1 + 16$

$2a = 19 \quad \therefore a = \frac{19}{2}$

5. 아래 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 D 에서 대각선 AC 에 수선 DE 를 긋고, 점 B 와 점 E 를 연결한 것이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}, \overline{BC} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는 몇 cm 인가?



① $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $4\,\text{cm}$

④ $2\sqrt{5}\,\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{7}\,\text{cm}$

해설

△ABC 에서 $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$

△ACD 의 넓이를 이용하면 $\overline{ED} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

△DCE 에서 $\overline{EC} = 2\,\text{cm}, \overline{AE} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AE^2} + \overline{EC^2} = \overline{BE^2} + \overline{ED^2}$, $6^2 + 2^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{7}\,\text{cm}$

6. 대각선의 길이가 15 인 정사각형의 둘레가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, b는 최소자연수)

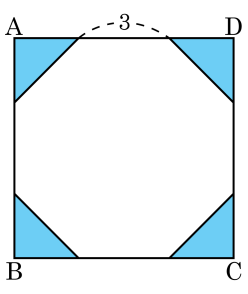
① 15 ② 18 ③ 32 ④ 36 ⑤ 44

해설

정사각형 한 변을 x 라 하면 대각선은 $\sqrt{2}x$ 이므로 $\sqrt{2}x = 15$, $x = \frac{15\sqrt{2}}{2}$

따라서, 정사각형의 둘레는 $4 \times \frac{15\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2}$ 이므로 $a = 30$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 32$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 정사각형 모양 종이의 네 귀퉁이를 잘라내어 한 변의 길이가 3인 정팔각형을 만들었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?



① $3\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}+3\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}+2$

④ $3\sqrt{2}+3$ ⑤ $2\sqrt{2}+3$

해설

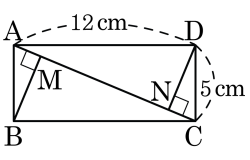
$x:3=1:\sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{2}x=3$

$\therefore\ x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는

$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+3+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}+3$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 있다. 점 B와 점 D에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{119}{13}$ cm

해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13(\text{cm})$, $\overline{BM} = \overline{DN}$

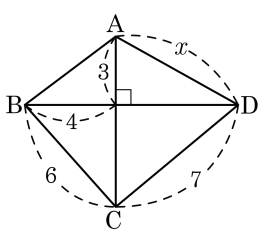
$12 \times 5 \times \frac{1}{2} = 13 \times \overline{BM} \times \frac{1}{2}$

$\overline{BM} = \frac{60}{13}\text{cm}$, $\overline{AM} = \overline{CN}$

$$\overline{AM} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{60}{13}\right)^2}$$
$$= \sqrt{25 - \frac{3600}{169}}$$
$$= \sqrt{\frac{4225 - 3600}{169}} = \sqrt{\frac{625}{169}}$$
$$= \frac{25}{13}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{MN} = 13 - \left(\frac{25}{13}\right) \times 2 = 13 - \frac{50}{13}$$
$$= \frac{169 - 50}{13} = \frac{119}{13}(\text{cm})$$

9. 다음 그림에서 두 대각선이 서로 직교할 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하면?



① $\sqrt{23}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{31}$

④ $\sqrt{38}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

피타고라스 정리에 의해

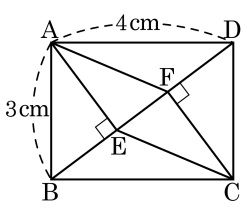
$\overline{AB} = 5$

$5^2 + 7^2 = x^2 + 6^2$

$25 + 49 = x^2 + 36$

$\therefore x = \sqrt{38}$

10. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{84}{25}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\,\mathrm{cm}^2$

④ $11\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\mathrm{cm})$

$5 \times \overline{AE} = 3 \times 4$

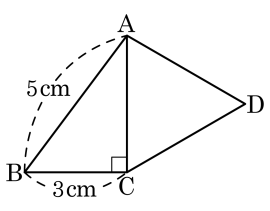
$\therefore \overline{AE} = \frac{12}{5}\ \mathrm{cm}$

$\overline{BE} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{EF} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \square AECF = \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 의 넓이를 구하면?



① $4\,\text{cm}^2$ ② $4\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ④ $2\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

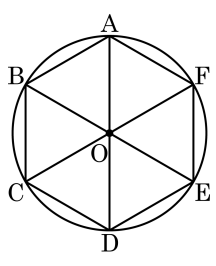
⑤ $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = 4\,\text{cm}$ 이므로

$\triangle ACD$ 의 넓이 $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 반지름의 길이가 8 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 사각형 ABEF 의 넓이를 구하면?



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

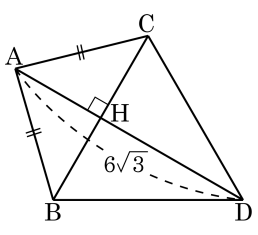
▷ 정답: $48\sqrt{3}\underline{\text{cm}^2}$

해설

사다리꼴 ABEF 의 넓이는 한 변의 길이가 8 cm 인 3 개의 정삼각형의 넓이의 합과 같다.

$\therefore\ 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 48\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 8$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC 를 그렸는데 $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 이었다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{7}$

해설

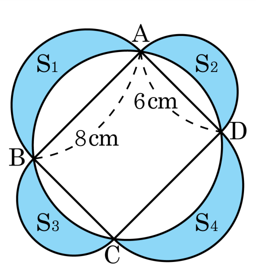
$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 4$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ 이다. 따라서

$\overline{AH} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$ 이다.

14. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이를 구하여라.



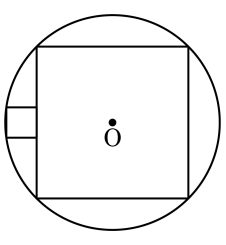
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 48 cm^2

해설

직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{BD}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
S_1+S_2는 $\triangle ABD$의 넓이와 같고, S_3+S_4 는 $\triangle BCD$의 넓이와 같다.
그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
$8\times 6 = 48(cm^2)$

15. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O 에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.

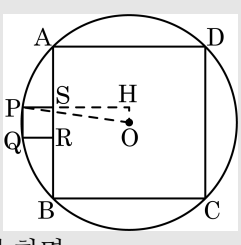


▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$

$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10 이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$\overline{OH} = \frac{x}{2}$, $\overline{PH} = x + 5$ 이므로

$\triangle POH$ 에서

$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2$

$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$

$x^2 + 8x - 20 = 0$

$\therefore\ x = 2\ (x > 0)$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2 이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.