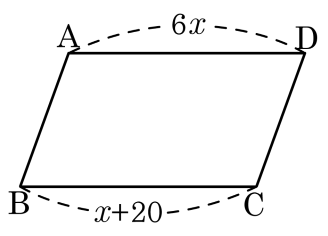
1. 다음 중 평행사변형에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 네 변의 길이가 같다.
② 두 대각선은 서로 수직한다.
③ 두 대각선은 길이가 같다.
④ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



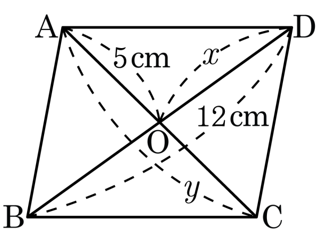
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로
$6x = x + 20$
$5x = 20 \quad \therefore \ x = 4$

3. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AO} = 5\ \text{cm}$일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $x = 6\,\text{cm}$

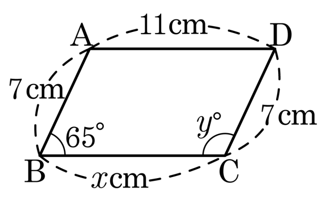
▷ 정답 : $y = 10\,\text{cm}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$x = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$, $y = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$

4. 다음 사각형에서 x, y 의 값을 차례대로 구한 것은? (단, $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$)

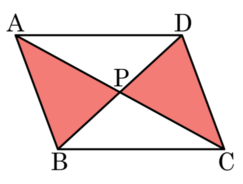


① $11, 65°$　② $7, 65°$　③ $115°, 11$
④ $115°, 7$　⑤ $11, 115°$

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
□ABCD 는 평행사변형이다.
$\therefore x = 11, \angle y = 180° - 65° = 115°$

5. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 40cm^2 일 때, $\triangle\text{ABP} + \triangle\text{DPC}$ 의 넓이를 구하면?



① 1cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

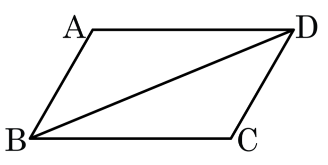
④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

$$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{DPC} = \square\text{ABCD} \times \frac{1}{2}$$

$$= 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$$

6. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 말을 차례대로 나열하면?



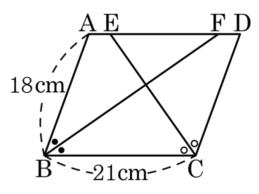
평행사변형 ABCD 에 점 B와 점 D를 이으면
△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{}$ ⋯ ㉡,
$\overline{BD}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C\ ,\ \angle B = \boxed{}$ ⋯ ㉡

① $\overline{CB}$, $\angle C$　② $\overline{BD}$, $\angle C$　③ $\overline{AB}$, $\angle D$
④ $\overline{CD}$, $\angle D$　⑤ $\overline{CB}$, $\angle D$

해설

△ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
△ABD ≡ △CDB (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C\ ,\ \angle B = \angle D$

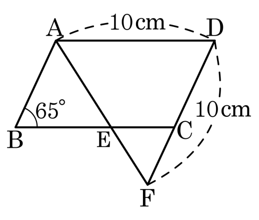
7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 21\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 15cm　② 18cm　③ 20cm
④ 21cm　⑤ 23cm

해설
$\overline{AF} = \overline{AB} = 18$ (cm)
$\overline{CD} = \overline{DE} = 18$ (cm)
$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 21$ (cm) 이므로
$\overline{EF} = 18 + 18 - 21 = 15$ (cm)

8. 다음 그림의 ▱ABCD 는 평행사변형이고 $\angle ABC = 65°$, $\overline{AD} = \overline{DF} = 10\text{cm}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기는?



① 57° ② 57.5° ③ 60°

④ 62.5° ⑤ 65°

해설

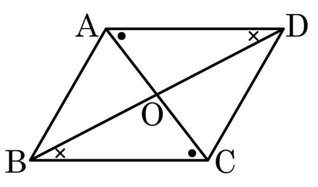
$\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로 $\angle DAF = \angle DFA$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle DFA = \angle BAE$(엇각),

$\angle DAF = \angle AEB$(엇각)

$\therefore\ \angle AEB = (180° - 65°) \div 2 = 57.5°$

9. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O 는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점
△ABO 와 △CDO 에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$ ⋯ ㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
② $\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>) ⋯ ㉡
③ $\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
△ABO ≡ △CDO (④ <u>SAS 합동</u>)
∴ $\overline{OA} = \overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$

② $\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>)

③ $\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>)

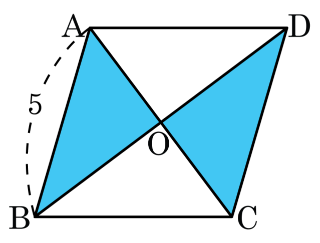
④ (<u>SAS 합동</u>)

⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$

해설

④ SAS 합동 → ASA 합동

10. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 길이의 합이 14 일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?

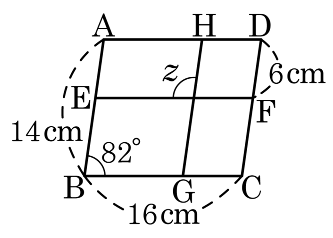


① 21　② 22　③ 23　④ 24　⑤ 25

해설

$\overline{AO}+\overline{CO}=\overline{AC}$, $\overline{BO}+\overline{OD}=\overline{BD}$ 이므로
어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BD}=10+14=24$ 이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{HG}$ 일 때, z 의 값은?

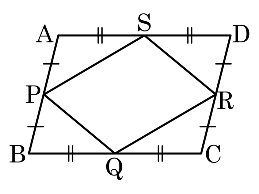


① 82° ② 86° ③ 90° ④ 92° ⑤ 98°

해설

$\angle z = 180° - 82° = 98°$

12. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?

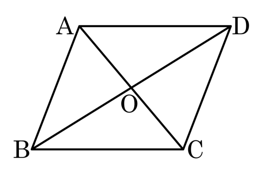


① 정사각형　② 마름모
③ 직사각형　④ 평행사변형
⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 가 두 대각선의 교점일 때, $\triangle$ABC 의 넓이가 24 였다. $\triangle$COD 의 넓이는?



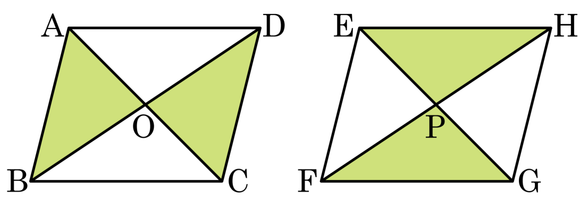
① 6　　② 12　　③ 24
④ 48　　⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle$ABO, $\triangle$OBC, $\triangle$OCD, $\triangle$OAD 의 넓이가 같으므로

$\triangle \mathrm{OCD} = \frac{1}{2} \times \triangle \mathrm{ABC} = 12$ 이다.

14. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 24cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 와 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



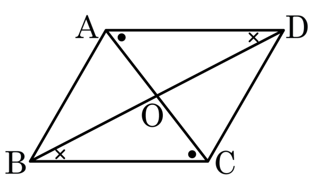
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는 전체의 절반이 된다.
평행사변형 EFGH 의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle\text{PEF} + \triangle\text{PGH} = \triangle\text{PEH} + \triangle\text{PFG}$ 이므로 전체의 절반이 된다. 그러므로 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이와 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이는 같다. 색칠한 부분의 넓이는 각각 12cm^2 이 된다. 따라서 $12 + 12 = 24(\text{cm}^2)$ 이 된다.

15. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] ☐

[결론] $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\overline{AD}=\overline{BC}\cdots$㉠

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle OAD=\angle OCB$ (엇각) $\cdots$㉡

$\angle ODA=\angle OBC$ (엇각) $\cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

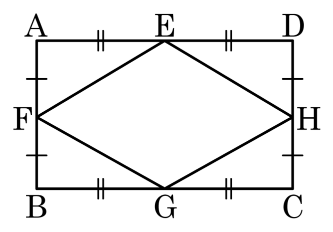
④ □ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{AD}$, $\overline{CD}\,/\!/\,\overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

16. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



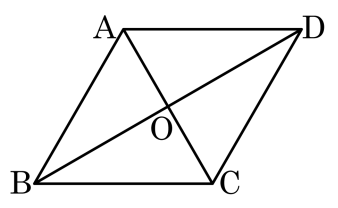
△AEF ≡ △BGF ≡ △CGH ≡ △DEH (SAS 합동)
$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AD} = \overline{BC}$　　② $\angle ADB = \angle ACB$

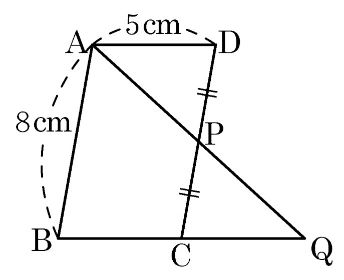
③ $\overline{BO} = \overline{DO}$　　④ $\angle BAC = \angle ACD$

⑤ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 Q 라고 할 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하여라.



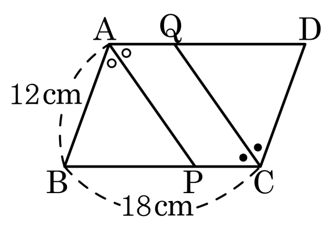
▶ 답: cm

▷ 정답: 10 cm

해설

$\triangle ADP \equiv \triangle QCP$ (ASA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CQ} = \overline{BC} = 5(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{BQ} = \overline{BC} + \overline{CQ} = 10(\mathrm{cm})$

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}$, $\overline{\mathrm{CQ}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{A}, \angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 12\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 18\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

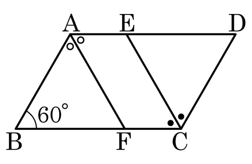
$\angle\mathrm{APB} = \angle\mathrm{BAP}$ 이므로

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AB}} = 12(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}} = 18 - 12 = 6(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}} = 6 + 6 = 12(\mathrm{cm})$

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AE} = 3$ 이고 사각형 AFCE 의 둘레의 길이가 26 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



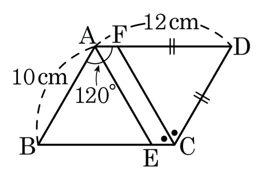
▶ 답 :

▷ 정답 : 46

해설

평행사변형 AFCE 의 둘레의 길이가 $2 \times (\overline{AF} + 3) = 26$ 이므로 $\overline{AF} = 10$ 이다.
또한 $\angle FAE = \angle AFB$($\because$ 엇각) 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\overline{AB} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이고
세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이므로
$\overline{AF} = \overline{AB} = \overline{ED} = 10$ 이다.
따라서 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 $2\times(10+10+3) = 46$ 이다.

21. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AD} = 12\,\mathrm{cm}$, $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$, $\angle BAD = 120^\circ$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}}$

▷ 정답: $24\,\underline{\mathrm{cm}}$

해설

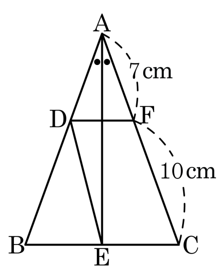
$\triangle FDC$, $\triangle ABE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$, $\angle ABE = \angle CDF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

또, $\angle BCF = \dfrac{120^\circ}{2} = 60^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$ 이므로, $\angle CFD = 60^\circ$ 이다. 따라서 $\triangle FDC$ 와 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AF} + \overline{FD} = 12\ (\mathrm{cm})$, $\overline{AF} = 12 - \overline{FD} = 12 - 10 = 2\ (\mathrm{cm})$ 이고 $\overline{FC} = 10\ (\mathrm{cm})$ 이므로

평행사변형 AECF 의 둘레는 $\overline{AF} + \overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} = 2 + 10 + 2 + 10 = 24\ (\mathrm{cm})$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} \,//\, \overline{BC}$, $\overline{DE} \,//\, \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



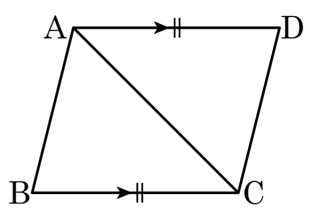
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{DF} \,//\, \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \,//\, \overline{FC}$ 이므로 □DECF 는 평행사변형이다.
$\overline{DE} \,//\, \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$
따라서 $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AD} = \overline{DE} = 10\ (\mathrm{cm})$

23. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?

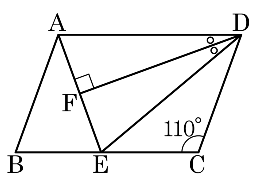


가정) □ABCD에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$
결론) $\overline{AB} // \overline{DC}$
증명) 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA에서
ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠
ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡
ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)
ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로
∴ $\overline{AB} // \overline{DC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설
ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$
ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110°$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



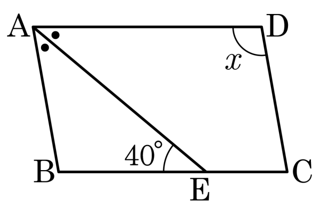
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $30°$

해설

$\angle B = 70°$, $\overline{AB} = \overline{AE}$이므로 $\angle AEB = 70°$, $\angle EAD = 70°$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20°$, $\angle CDE = 70° - 20° - 20° = 30°$이다.

25. 다음 그림과 같은 $\square$ABCD 에서 $\angle$A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 한다. 이때, $\square$ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 100°

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\bullet = 40°$ 이다.

$\therefore \angle x = \angle B = 180° - 80° = 100°$