1. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36 , 48

① 2×3 ② 2×3^2 ③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^4 \times 3$ ⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$\therefore 36=2^2 \times 3^2$ $\therefore 48=2^4 \times 3$

따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

2. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

3. 10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수는
1, 3, 5, 7, 9
따라서 서로소인 자연수의 개수는 5

4. 세 자연수 A, $2^3\times7$, $5^2\times7^2$ 의 최소공배수가 $2^3\times5^2\times7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

세 자연수 A, $2^3\times7$, $5^2\times7^2$ 의 최소공배수가 $2^3\times5^2\times7^2$ 이므로
A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3\times7$, $5^2\times7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.
따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

5. 두 자연수 a , b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 192 ② 256 ③ 294 ④ 305 ⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, $\cdots$ 중 300 에 가장 가까운 수는 320 이다.

6. 가로의 길이가 72cm, 세로의 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm　② 12 cm　③ 18 cm　④ 24 cm　⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

7. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다.
가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장) 이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장) 이다.

8. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2 ② 2×5 ③ $2^2\times5^2$
④ $2\times3\times5$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$250=2\times5^3$, $360=2^3\times3^2\times5$,
$960=2^6\times3\times5$ 이므로
최대공약수는 2×5

9. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a=2$, $b=2$, $c=2$ 이다.

10. 45 와 75 의 공약수의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$45 = 3^2 \times 5,\ 75 = 3 \times 5^2$

45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개)

11. 두 수 $2^2\times3$과 $2^2\times5$의 공배수를 옳게 표현한 것은?

① 30의 약수 ② 30의 배수 ③ 60의 약수
④ 60의 배수 ⑤ 4의 배수

해설
$2^2\times3$ 과 $2^2\times5$ 의 최소공배수는 $2^2\times3\times5=60$ 이다.

12. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5 의 배수이고 $n+5$ 는 3 의 배수일 때, $n+8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5 의 배수이므로
값은 $2, 7, 12, 17, 22, \cdots$ 이고,
$n+5$ 는 3 의 배수이므로
값은 $1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, \cdots$ 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 $7, 22, 37, 52, \cdots$ 이다.
$\therefore$ ($n+8$ 을 15 로 나눈 나머지) $=0$

13. 가로의 길이가 $90\,\mathrm{m}$, 세로의 길이가 $180\,\mathrm{m}$ 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로의 길이가 $72\,\mathrm{m}$, 세로의 길이가 $108\,\mathrm{m}$ 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 $20\,\mathrm{m}$ 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답: ______ 그루

▷ 정답: 50 그루

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$90 = x \times \square,\ 180 = x \times \triangle$

$72 = x \times \bigcirc,\ 108 = x \times \diamond$

x 는 $90,\ 180,\ 72,\ 108$ 의 최대공약수

$90 = 2 \times 3^2 \times 5,\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$72 = 2^3 \times 3^2,\ 108 = 2^2 \times 3^3$

$\therefore\ x = 2 \times 3^2 = 18\ (\mathrm{m})$

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

농장 : 가로 $90 = 18\ (\mathrm{m}) \times 5$ (그루)

세로 $180 = 18(\mathrm{m}) \times 10$ (그루)

목장 : 가로 $72 = 18\ (\mathrm{m}) \times 4$ (그루)

세로 $108 = 18(\mathrm{m}) \times 6$ (그루)

$\therefore$ 직사각형 모양의 농장과 목장의 가장자리에 필요한 나무는

$\{(5+10) \times 2\} + \{(4+6) \times 2\} = 50$ (그루)

14. 최대공약수가 20 이고, 최소공배수가 160 인 두 수의 차가 140 일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$$\begin{array}{r|cc} 20 & A & B \\ \hline & a & b \end{array}$$

$160 = 20 \times a \times b$, $a \times b = 8$ 이다.

$(a,\ b) = (1,\ 8), (2,\ 4), (4,\ 2), (8,\ 1)$

이때 $(A,\ B) = (20,\ 160), (40,\ 80), (80,\ 40), (160,\ 20)$,

두 수의 차가 140 인 경우는 $(20,\ 160), (160,\ 20)$ 두 가지이다.

따라서 두 수의 합은 180 이다.

15. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때, 곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 33 ② 40 ③ 51 ④ 65 ⑤ 71

해설

$\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}=\frac{56}{39}$ 이므로

$\frac{a}{b}=\frac{(26\text{과 }39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 }56\text{의 최대공약수})}=\frac{78}{7}$

$\therefore a-b=78-7=71$

16. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11} 꼴이어야 한다.
하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$)꼴이어야 하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.
따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

17. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권

② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권

③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권

④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권

⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로 231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

18. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: ＿＿＿＿ 명

▷ 정답: 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45+3)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
귤 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56-2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77-5)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.
따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72 의 최대공약수는 6 이고 6 의 약수 중 5 보다 큰 수는 6 뿐이므로 학생 수는 6 명이다.

19. 세 자연수 $54,\ 72,\ A$ 의 최대공약수가 6 , 최소공배수가 216 일 때, 가장 큰 자연수 A 의 값은?

① 12　② 24　③ 36　④ 48　⑤ 60

해설

$54 = 2\times 3^3,\ 72 = 2^3\times 3^2,\ A$ 에서
최대공약수는 $6 = 2\times 3$,
최소공배수는 $216 = 2^3\times 3^3$ 이므로
A 는 2×3 을 소인수로 가져야 하고, 또한 3 의 지수는 1 이어야 하므로
A 의 값이 될 수 있는 것은 $6,\ 12,\ 24$ 이다.
따라서, 가장 큰 자연수 A 의 값은 24 이다.

20. 50 보다 큰 두 자리의 자연수 A 와 21 의 최대공약수가 7 이다. 이러한 자연수 A 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$50 < A < 99$ 이고 7 의 배수이다.

$$\begin{array}{r|ll} 7 & A & 21 \\ \hline & a & 3 \end{array}$$

그런데, a 는 3 의 배수가 되면 안되므로
A 는 50 보다 큰 7 의 배수 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98중 3 의 배수를 제외하면 5 개이다.
$\therefore$ 5 개