

1. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36, 48

① 2×3

② 2×3^2

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^4 \times 3$

⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ \underline{2} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ \underline{2} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ \underline{2} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ \underline{2} \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ \underline{2} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

3

$$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 48 = 2^4 \times 3$$

따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

2. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

3. 10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수는

1, 3, 5, 7, 9

따라서 서로소인 자연수의 개수는 5

4. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

5. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 192

② 256

③ 294

④ 305

⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, ... 중 300 에 가장 가까운 수는 320 이다.

6. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 12 cm

③ 18 cm

④ 24 cm

⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

7. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8와 6의 최소공배수인 24cm이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

8. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2

② 2×5

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$$250 = 2 \times 5^3, 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$$960 = 2^6 \times 3 \times 5 \text{ 이므로}$$

$$\text{최대공약수는 } 2 \times 5$$

9. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

또한,

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

10. 45와 75의 공약수의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$$

45와 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개)

11. 두 수 $2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 공배수를 옳게 표현한 것은?

① 30의 약수

② 30의 배수

③ 60의 약수

④ 60의 배수

⑤ 4의 배수

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

12. 자연수 n 에 대하여 $n + 3$ 은 5 의 배수이고 $n + 5$ 는 3 의 배수일 때, $n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n + 3$ 은 5 의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n + 5$ 는 3 의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지) $= 0$

13. 가로 길이가 90m, 세로 길이가 180m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72m, 세로 길이가 108m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 그루

▷ 정답 : 50 그루

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \triangle$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

$$\text{농장 : 가로 } 90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$$

$$\text{세로 } 180 = 18 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$$

$$\text{목장 : 가로 } 72 = 18 \text{ (m)} \times 4 \text{ (그루)}$$

$$\text{세로 } 108 = 18 \text{ (m)} \times 6 \text{ (그루)}$$

\therefore 직사각형 모양의 농장과 목장의 가장자리에 필요한 나무는

$$\{(5 + 10) \times 2\} + \{(4 + 6) \times 2\} = 50 \text{ (그루)}$$

14. 최대공약수가 20 이고, 최소공배수가 160 인 두 수의 차가 140 일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$$20) \begin{array}{r} A \quad B \\ \hline a \quad b \end{array}$$

$160 = 20 \times a \times b$, $a \times b = 8$ 이다.

$(a, b) = (1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1)$

이때 $(A, B) = (20, 160), (40, 80), (80, 40), (160, 20)$,

두 수의 차가 140 인 경우는 $(20, 160), (160, 20)$ 두 가지이다.

따라서 두 수의 합은 180 이다.

15. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때, 곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33

② 40

③ 51

④ 65

⑤ 71

해설

$$\frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} = \frac{56}{39} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$$

$$\therefore a - b = 78 - 7 = 71$$

16. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11}
풀이어야 한다.
하지만 $3^2 \times x$ 풀이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 풀이어야
하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.
따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

17. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로
231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

19. 세 자연수 54, 72, A 의 최대공약수가 6 , 최소공배수가 216 일 때,
가장 큰 자연수 A 의 값은?

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$54 = 2 \times 3^3, 72 = 2^3 \times 3^2, A \text{ 에서}$$

최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,

최소공배수는 $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로

A 는 2×3 을 소인수로 가져야 하고, 또한 3 의 지수는 1 이어야
하므로

A 의 값이 될 수 있는 것은 6, 12, 24 이다.

따라서, 가장 큰 자연수 A 의 값은 24 이다.

20. 50 보다 큰 두 자리의 자연수 A 와 21 의 최대공약수가 7 이다. 이러한 자연수 A 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 5 개

해설

$50 < A < 99$ 이고 7 의 배수이다.

$$\begin{array}{r} 7 \) \ \underline{A \ 21} \\ a \ 3 \end{array}$$

그런데, a 는 3 의 배수가 되면 안되므로

A 는 50 보다 큰 7 의 배수 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98 중 3 의 배수를 제외하면 5 개이다.

\therefore 5 개