

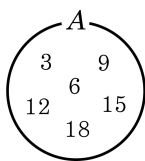
1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 10 보다 큰 짝수들의 모임
- ② 아주 큰 수들의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이하인 우리 반 학생들의 모임
- ④ 예쁜 강아지들의 모임
- ⑤ 공부를 잘하는 학생들의 모임

해설

‘아주 큰’, ‘예쁜’은 명확한 기준이 될 수 없다.

2. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면
 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

3. 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는?

① 28

② 29

③ 30

④ 31

⑤ 32

해설

$$A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

전체 부분집합의 개수 : $2^5 = 32$

공집합을 제외한 부분집합의 개수 : $32 - 1 = 31$

4. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 27\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 36\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A = \{1, 3, 9, 27\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 9\}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cup (A^c \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 5, 6, 9\}$

해설

$$A \cup (A^c \cap B) = A \cup B \text{ 이므로}$$

$$A \cup (A^c \cap B) = \{1, 3, 5, 6, 9\}$$

6. 명제 ‘ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다’ 의 대우는?

- ① x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수이다.
- ② x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수가 아니다.
- ③ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ④ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ⑤ x 가 2의 배수가 아니면 x 는 4의 배수가 아니다.

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$

7. 집합 $A = \{0, 1\}$ 일 때, 집합 $X = \{(2x + 1)y \mid x \in A, y \in A\}$ 의 원소 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x = 0, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 0, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 1$

$x = 1, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 1, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 3$

따라서 가장 큰 수는 3이다.

8. 다음 중 무한집합인 것은?

① $\{a, b\}$

② $\emptyset$

③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{12\}$: 유한집합

④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

9. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $\{1, 6\} \subset \{1, 2, 4, 6\}$

② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$

③ $\{\emptyset\} \subset \{1\}$

④ $\{2, 4, 6, 8, 10\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

⑤ $\{1, 5\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{\emptyset\} \not\subset \{1\}$

10. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

11. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2^n = 8 \therefore n = 3$$

12. 두 집합 $A = \{1, 3, 6\}$, $B = \{x - 1, x + 4, 3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $x - 1 = 1, x + 4 = 6$

$\therefore x = 2$

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $n(\{\emptyset\}) = 1$

㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.

㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 크고 } 3 \text{ 보다 작은 홀수}\}) = 2$

㉣ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 크고 } 3 \text{ 보다 작은 홀수}\}) = 0$

㉣ 반례 : $A = \{2, 4\}$, $B = \{1, 3\}$

14. 두 집합 $A = \{3, a - 4, 9\}$, $B = \{7, b + 3, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 9\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

이므로

$$7 \in A \text{ 이므로 } a - 4 = 7 \quad \therefore a = 11$$

$$9 \in B \text{ 이므로 } b + 3 = 9 \quad \therefore b = 6$$

$$\therefore a - b = 11 - 6 = 5$$

15. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, c, e, f\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 8 개

② 10 개

③ 12 개

④ 14개

⑤ 16 개

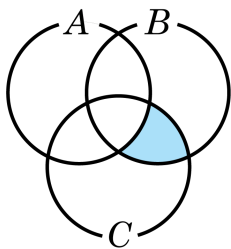
해설

$\{a, c\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로

집합 X 는 $\{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중 a, c 를 원소로 갖는 집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

16. 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분은 나타내는 집합은?



① $A \cap B \cap C$

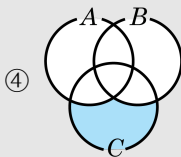
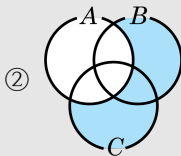
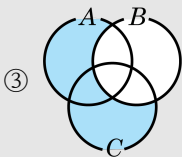
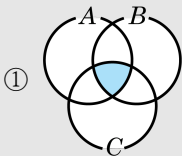
② $(B \cup C) - A$

③ $(A \cup C) - B$

④ $C - (A \cup B)$

⑤ $(B \cap C) - A$

해설



17. 우리 반 학생 중에 장미를 좋아하는 학생은 8 명, 백합을 좋아하는 학생은 12 명이다. 둘 다 모두 좋아하는 학생이 6 명일 때, 장미만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 2명

해설

우리 반 학생을 U , 장미를 좋아하는 학생을 A , 백합을 좋아하는 학생을 B 라 하면

$n(A) = 8, n(B) = 12, n(A \cap B) = 6$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 6 = 2(\text{명})$ 이다.

따라서 장미만 좋아하는 학생은 2 명이다.

18. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

- ① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
- ② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
- ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
- ④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
- ⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

19. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 8, 9, 10\}$ 일 때, $\{(B - A) \cup B\} \cap A^c$ 은?

① $\{8\}$

② $\{9\}$

③ $\{8, 9\}$

④ $\{9, 10\}$

⑤ $\{8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B - A = \{8, 9, 10\}$ 이므로

$\{(B - A) \cup B\} \cap A^c = \{\{8, 9, 10\} \cup B\} - A = \{3, 5, 8, 9, 10\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{8, 9, 10\}$ 이다.

20. 다음 <보기>의 명제 중 참인 것을 모두 고른 것은? (단, a, b, c, d 는 실수)

보기

- ㉠ $ab = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
 ㉡ $a + b > 2$, $ab > 1$ 이면 $a > 1$, $b > 1$ 이다.
 ㉢ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
 ㉤ $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면 $a = b = 0$ 이다.
 ㉥ $a + b > 0$ 이면 $a > 0$ 또는 $b > 0$ 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉥

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ 반례: $a = 0, b = 1$

㉡ 반례: $a = 3, b = \frac{1}{2}$

㉤ 반례: $a = -\sqrt{2}, b = 1$

21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B = A$ 가 성립할 때, 다음 중 반드시 성립하는 것은?

① $A - B = \phi$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A^c \subset B^c$

④ $B^c \cup A = U$

⑤ $A^c \cap B = \phi$

해설

$$\begin{aligned} \{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B &= \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B = \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B \\ &= (A \cap U) \cap B = A \cap B = A \quad \therefore A \subset B \leftrightarrow A - B = \emptyset \end{aligned}$$

22. 다음 중 명제 「 $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.」가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것을 고르면 된다.
따라서 ②가 올바른 반례이다

23. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 보기에서 반드시 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $p \rightarrow r$

㉡ $r \rightarrow p$

㉢ $p \rightarrow \sim r$

㉤ $q \rightarrow \sim r$

㉥ $r \rightarrow \sim p$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$p \rightarrow q$ 가 참이고, 또한 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우명제인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참. $\therefore p \rightarrow q \rightarrow \sim r$

즉, $p \rightarrow \sim r, q \rightarrow \sim r$ 가 참이고 또한 $p \rightarrow \sim r$ 이 참이므로 그 대우인 $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

따라서 ㉢, ㉤, ㉥이 참이다.

24. 우리 반 학생 50 명 중에서 수학을 좋아하는 학생은 35 명, 과학을 좋아하는 학생은 25 명일 때, 두 과목 모두 좋아하는 학생 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

명

▷ 정답 : 35 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 50 명이 $A \cup B$ 이다.

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라고 하고, 과학을 좋아하는 학생을 집합 B 라고 한다.

수학, 과학을 모두 좋아하는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$50 = 35 + 25 - x$$

x 의 최솟값은 10명이다.

최댓값은 과학을 좋아하는 학생이 수학을 좋아하는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 25명이다.

최솟값과 최댓값의 합은 35명이다.

25. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x | x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 8개

해설

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$(A - B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$$

집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$