

1. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8		← c
	↑			
	a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

2. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i=1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

1	1	a	b	c
		d	e	f
	1	g	h	i

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	b	c
		1	$a+1$	$a+b+1$
	1	$a+1$	$a+b+1$	$a+b+c+1$

이때 $a+b+c+1=1$ 이므로

$$a+b+c=0$$

따라서 ③이다.

3. 1000^{10} 을 1001 로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 라 할 때, 다음 중 나머지 R 를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x - 1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x - 1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$ 에서 $1000 = x$ 라 하면

$$x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 1$ 을 구할 수 있다.

4. 이차식 $f(x)$ 를 각각 $x-3, x+1$ 로 나눈 나머지는 같고, $f(1) = 0$ 일 때,
 $\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소)이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$ 을 인수로 갖는다.

$$\therefore f(x) = (x-1)(ax+b)$$

$$f(3) = f(-1) \text{ 이므로 } 2(3a+b) = -2(-a+b)$$

$$\therefore a = -b$$

$$\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{3(4a+b)}{-5(-4a+b)} = \frac{-9b}{-25b} = \frac{9}{25}$$

$$\therefore m = 25, n = 9$$

5. 삼차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(-1) = f(1) = f(2) = 3$ 일 때 $f(-2)$ 의 값은?

① -5

② -6

③ -7

④ -8

⑤ -9

해설

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-2) + 3$$

$$\therefore f(-2) = -9$$

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \text{라 하면}$$

$$\text{i) } f(-1) = 3 \text{에서 } a - b + c - 1 = 3$$

$$\text{ii) } f(1) = 3 \text{에서 } a + b + c + 1 = 3$$

$$\text{iii) } f(2) = 3 \text{에서 } 4a + 2b + c + 8 = 3$$

위의 세식을 연립하여 풀면,

$$a = -2, b = -1, c = 5$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5$$

$$\therefore f(-2) = -8 - 8 + 2 + 5 = -9$$

6. 다음과 같은 삼차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 있다.

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1999, Q(x) = -x^3 + cx^2 + dx - 1999$$

두 삼차다항식을 $x^2 - 1$ 로 나누면 나머지가 서로 같다고 한다. 이때, $P(1999) - Q(1999)$ 의 값은?

① -3998

② -1999

③ 0

④ 1999

⑤ 3998

해설

$H(x) = P(x) - Q(x)$ 로 놓으면

$H(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어떨어지므로

$$H(x) = 2x^3 + (a - c)x^2 + (b - d)x + 3998$$

$= (x^2 - 1)(2x - 3998)$ 으로 놓을 수 있다.

($\because x^3$ 의 계수가 2이고 상수항이 3998이므로 $x^2 - 1$ 로 나눈 몫은 $2x - 3998$ 이다.)

$$\therefore P(1999) - Q(1999)$$

$$= H(1999)$$

$$= (1999^2 - 1)(3998 - 3998)$$

$$= 0$$

7. 다항식 $f_1(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫이 $f_2(x)$, 나머지가 r_1 이고 다시 $f_2(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫이 $f_3(x)$, 나머지가 r_2 이다. 이와 같은 방법으로 $f_n(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫이 $f_{n+1}(x)$, 나머지가 r_n 이고 $f_1(x)$ 를 $(x-1)^n$ 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는?

① 0

② 1

③ r_1

④ $r_1 + r_2 + \cdots + r_n$

⑤ $r_1 r_2 \cdots r_n$

해설

$$\begin{aligned}
 f_1(x) &= (x-1)f_2(x) + r_1 \\
 &= (x-1)\{(x-1)f_3(x) + r_2\} + r_1 \\
 &= (x-1)^2 f_3(x) + r_2(x-1) + r_1 \\
 &= (x-1)^2 \{(x-1)f_4(x) + r_3\} + r_2(x-1) + r_1 \\
 &= (x-1)^3 f_4(x) + r_3(x-1)^2 + r_2(x-1) + r_1 \\
 &\quad \vdots \\
 &= (x-1)^n f_{n+1}(x) + r_n(x-1)^{n-1} + r_{n-1}(x-1)^{n-2} + \cdots \\
 &\quad \quad \quad + r_2(x-1) + r_1 \\
 R(x) &= r_n(x-1)^{n-1} + \cdots + r_2(x-1) + r_1 \\
 \therefore R(2) &= r_n + r_{n-1} + \cdots + r_2 + r_1
 \end{aligned}$$

8. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 -2 이다. 다항식 $xf(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫과 나머지를 차례로 적은 것은?

① $2xQ(x) - 2, -1$

② $2xQ(x) - 1, -1$

③ $\frac{1}{2}xQ(x) - 2, 1$

④ $\frac{1}{2}xQ(x) - 1, 1$

⑤ $\frac{1}{2}xQ(x) + 1, 2$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 2$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)2Q(x) - 2$$

$$xf(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)2xQ(x) - 2x$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)2xQ(x) - 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - 1$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)\{2xQ(x) - 2\} - 1$$