

1. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

2. 다항식  $ax^3 + bx^2 - 4$  가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록  $a, b$ 를 정할 때,  $a$ 와  $b$ 의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에  $x = 1, x = -2$  를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면  $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

3.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고,  $x+2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때,  $m-n$ 의 값은?

① -2

② -3

③ -4

④ 2

⑤ 4

### 해설

$$\begin{aligned}x^3 + mx^2 + nx + 1 &= (x-1)Q(x) \\ &= (x+2)Q'(x) + 3\end{aligned}$$

양변에  $x=1$ 을 대입하면

$$1 + m + n + 1 = 0$$

$$\therefore m + n = -2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

양변에  $x=-2$ 을 대입하면

$$-8 + 4m - 2n + 1 = 3$$

$$\therefore 2m - n = 5 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡에서  $m=1, n=-3$

$$\therefore m - n = 4$$

4.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $x + 4$ 이고,  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $2x + 3$ 일 때,  $f(x)$ 를  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 하자. 이때  $R(10)$ 의 값은?

① 86

② 88

③ 90

④ 92

⑤ 94

### 해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{\ominus}$$

$\textcircled{\Gamma}$ ,  $\textcircled{\Delta}$ 를  $\textcircled{\ominus}$ 에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면,  $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

5.  $(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{49}x^{49} + a_{50}x^{50}$  이라 할 때,  
 $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}$  의 값은?

① 0

② 1

③  $2^{24}$

④  $2^{25}$

⑤  $2^{50}$

해설

$$(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{50}x^{50}$$

$x = 1$  을 양변에 대입하면

$$-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{50} \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$  을 양변에 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{49} + a_{50} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}) = 0$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50} = 0$$