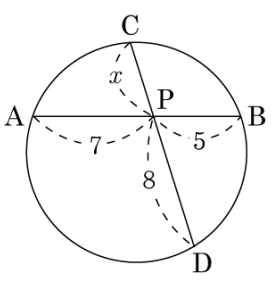
1. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{35}{8}$

해설

$7 \times 5 = x \times 8$

$\therefore\ x = \frac{35}{8}$

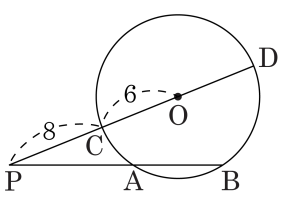
2. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$ 이므로 $4\times(4+x)=2\times(2+10)$, $\therefore x=2$

3. 다음 그림의 원 O 에서 반지름의 길이가 $6, \overline{PC}$ 의 길이가 8 일때, $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 의 값은?



① 100 ② 120 ③ 140

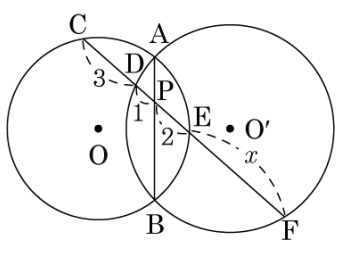
④ 160 ⑤ 180

해설

$\overline{OD} = 6$이므로

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} = 8 \times (8 + 12) = 160$

4. 다음 그림에서 $\overline{CD}=3$, $\overline{DP}=1$, $\overline{PE}=2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

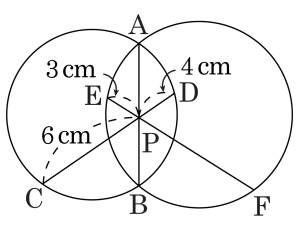


① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{AB}$ 가 두 원의 공통현이므로
원 O 에서 $\overline{AP}\cdot\overline{BP}=\overline{CP}\cdot\overline{PE}$
원 O′ 에서 $\overline{AP}\cdot\overline{BP}=\overline{DP}\cdot\overline{PF}$
$\therefore\ \overline{CP}\cdot\overline{PE}=\overline{DP}\cdot\overline{PF}$
$(3+1)\times 2=1\times(2+x)$
$\therefore\ x=6$

5. 다음 그림에서 $\overline{PC} = 6cm, \overline{PD} = 4cm, \overline{PE} = 3cm$ 일 때, $\overline{PF}$ 의 길이는?

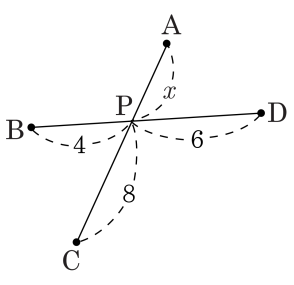


① $\frac{13}{2}cm$ ② $7cm$
③ $\frac{15}{2}cm$ ④ $8cm$
⑤ $\frac{17}{2}cm$

해설

$\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$이므로
$6 \times 4 = 3 \times \overline{PF}, \overline{PF} = \frac{24}{3} = 8\,(cm)$

6. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



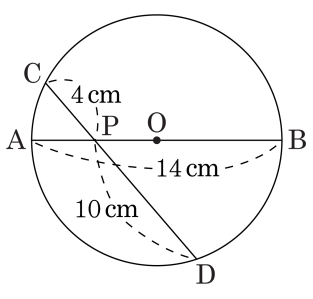
① 2　② 3

③ 4　④ 5

해설

$4 \times 6 = x \times 8$, $\therefore x = 3$,

7. 다음 그림에서 원 O 의 지름 AB 와 현 CD 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{OP}$ 의 길이는?



① 2.5cm ② 3cm

③ 3.5cm ④ 4cm

⑤ 4.5cm

해설

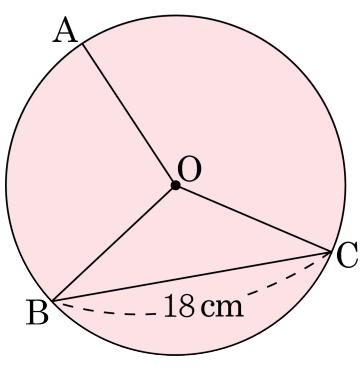
$\overline{OP} = x$라고 하면

$\overline{AP} = 7 - x, \overline{PB} = 7 + x$

$\therefore 4 \times 10 = (7 - x)(7 + x)$

$40 = 49 - x^2, x^2 = 9, x = 3\,(\text{cm})\,(\because\ x > 0)$

8. 다음 그림에서 원 O 위의 세 점 A, B, C 가 있다. 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ = 5 : 6 : 7 이고, $\overline{BC}$ = 18 cm 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설

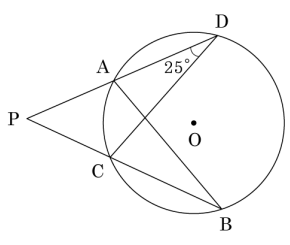
$\angle BOC = 360° \times \frac{6}{5+6+7} = 120°$

점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\angle BOH = 60°$

$\therefore$ (반지름의 길이)= $\overline{OB} = \frac{9}{\sin 60°} = 6\sqrt{3}$(cm)

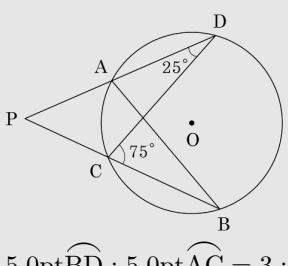
9. 다음 그림의 원 O 에서 현 AD, CB 의 연장선이 점 P 에서 만나고 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}} = 35.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}}$, $\angle\text{ADC} = 25°$ 일 때, $\angle\text{P}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 50°

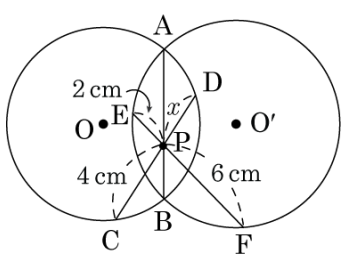
해설



$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 3 : 1$ 이므로 $\angle\text{BCD} = 75°$

$\therefore \angle\text{P} = 75° - 25° = 50°$

10. 점 A, B 에서 만나는 두 원에서 공통현 $\overline{AB}$ 위의 점 P 를 지나는 두 현을 각각 $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 라 한다. $\overline{PC} = 4\text{cm}$, $\overline{PE} = 2\text{cm}$, $\overline{PF} = 6\text{cm}$ 일 때. $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



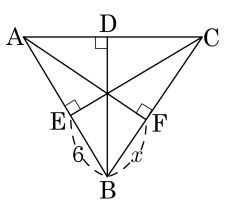
① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm

④ 2.5cm ⑤ 3cm

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times \overline{PD}$
$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$ 이므로 $\overline{PA} \times \overline{PB} = 2 \times 6 = 12$
$\therefore \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times \overline{PD} = 12$ 이므로 $\overline{PD} = 3(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 네 점 A, C, E, F 는 한 원 위에 있고, $\overline{AE}$ 는 $\overline{BF}$ 의 길이의 2 배, $\overline{CB}$ 는 $\overline{BF}$ 보다 12 만큼 더 클 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



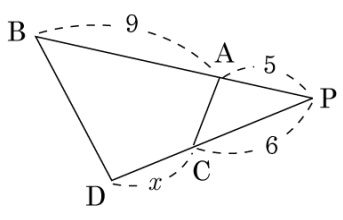
▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$6 \times (6 + 2x) = x \times (x + 12)$
$x^2 = 36$
$\therefore x = 6 (\because x > 0)$

12. 다음의 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있다고 할 때, x 의 값은?



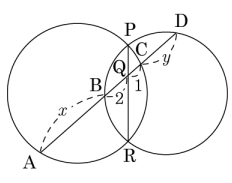
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$

해설

네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으려면
$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$이므로
$5 \times 14 = 6(6 + x)$
$70 = 36 + 6x, 6x = 34, x = \frac{17}{3}$

13. 다음 그림에서 $\overline{BQ} = 2$, $\overline{CQ} = 1$ 이고, $\overline{AB} = x$, $\overline{CD} = y$ 라 할 때, $\dfrac{3x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값은?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

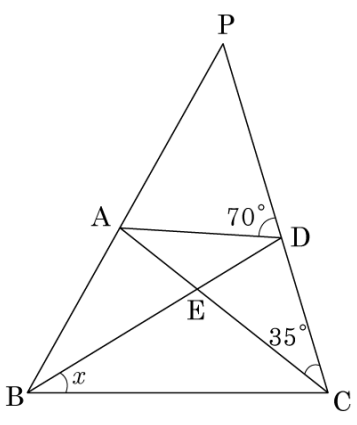
$\overline{QP} \times \overline{QR} = \overline{QA} \times \overline{QC} = \overline{QB} \times \overline{QD}$ 에서

$(x+2) \times 1 = 2 \times (1+y)$

$x + 2 = 2 + 2y$

$\therefore\ x = 2y$ $\dfrac{3x^2 + 4y^2}{xy}$ 에 대입하면 $\dfrac{12y^2 + 4y^2}{2y^2} = \dfrac{16y^2}{2y^2} = 8$

14. 다음 그림에서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot\overline{PC}$ 이고 $\angle ADP=70°$, $\angle ACD=35°$ 일 때, x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



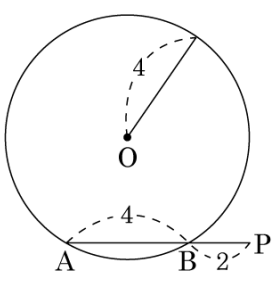
▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot\overline{PC}$ 이므로
점 A, B, C, D 는 원 위의 점이다.
□ABCD 는 원에 내접하므로
$\angle ADC=110°$
$\angle ADC+\angle ABC=180°$
$\angle ABC=70°$
또 $\angle ACD=\angle ABD=35°$ 이므로
$x=35°$

15. 다음 그림에서 원의 중심이 P 이고, 원 O 가 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

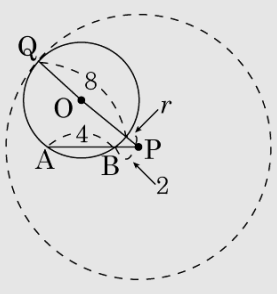
▷ 정답 : $4+2\sqrt{7}$

해설

$\overline{PB} \times \overline{PA} = r \times \overline{PQ}$

$2 \times 6 = r(r+8)$

$r^2 + 8r - 12 = 0 \quad \therefore r = -4 + 2\sqrt{7}$ ($\because r > 0$)

원의 반지름 : $R = r + 8$

$\therefore R = 4 + 2\sqrt{7}$