

1. ‘두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.’를 보이기 위해 사용된 합동의 조건은 무엇인지 써라.

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
i) $\angle B = \angle C$
ii) $\angle ADB = \angle ADC$ 이고
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle BAD = \angle CAD$
iii) $\overline{AD}$ 는 공통
따라서 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 이므로 합동
 $\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

▶ 답 :

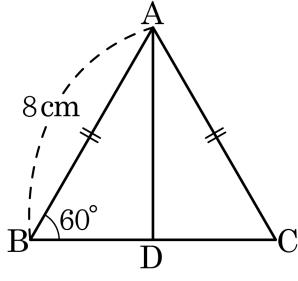
▷ 정답 : ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle B = \angle C$,
 $\angle ADB = (\angle ADC)$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 (180) $^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = (\angle CAD)$
($\overline{AD}$) 는 공통
따라서 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ASA 합동)이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변 삼각형이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 이고, 점 A에서 내린 수선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D라 하자.

$\angle ABC = 60^\circ$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$

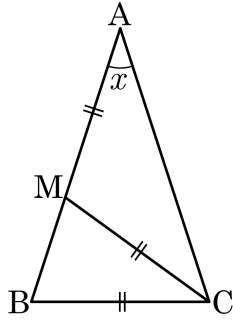
따라서 $\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AD}$ 는 밑변 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로

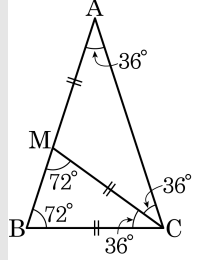
$$\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$$

3. 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고, $x = 36^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?



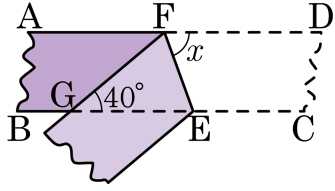
- ① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
② 직각삼각형
③ $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
④ 정삼각형
⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형

해설



$\angle B = \angle C = 72^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

4. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle FGE = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

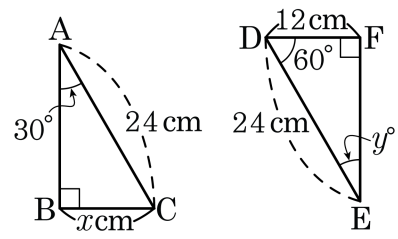


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

종이 테이프를 접으면 $\angle DFE = \angle GFE = \angle x$ 이고
 $\angle DFE = \angle GEF = \angle x$ (엇각)
 $\angle GFE = \angle GEF = \angle x$
 $\angle x = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$

5. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x + y$ 의 값은?



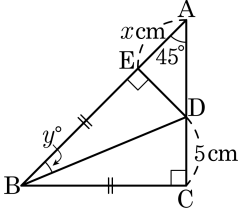
- ① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

해설

$\triangle ABC, \triangle EFD$ 는 RHA 합동 이므로
 $\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30^\circ$
 $\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

6. 다음 $\triangle ABC$ 에서 x, y 의 값을 차례로 나열한 것은?

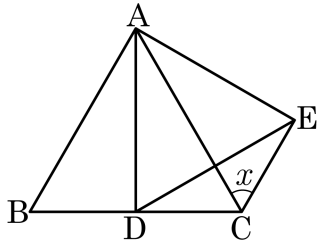
- ① 3, 20 ② 3, 22.5 ③ 5, 20
④ 5, 22.5 ⑤ 4, 25



해설

$\triangle BED \equiv \triangle BCD$ (RHS 합동)이다.
 $\angle CBE = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$ 이고,
 $\angle CBD = \angle EBD = 22.5^\circ$
 $\therefore \angle y = 22.5^\circ$
 $\triangle AED$ 는 직각이등변삼각형이고
($\because \angle DAE = 45^\circ = \angle ADE$)
 $\overline{DC} = \overline{ED} = \overline{AE} = 5\text{ cm}$
 $\therefore x = 5\text{ cm}$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 정삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기는?

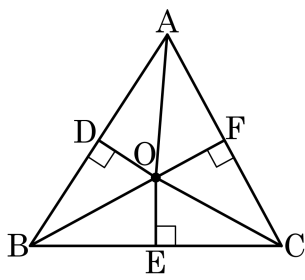


- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} = \overline{AE}$
 $\angle BAD = 60^\circ - \angle DAC = \angle CAE$
따라서 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS합동) 이므로
 $\angle x = \angle ABD = 60^\circ$

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

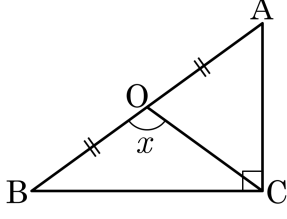


- ① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$ ② $\overline{AF} = \overline{CF}$
 ③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ④ $\angle DAO = \angle DBO$
 ⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$$\angle FOA = \angle FOC$$

9. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

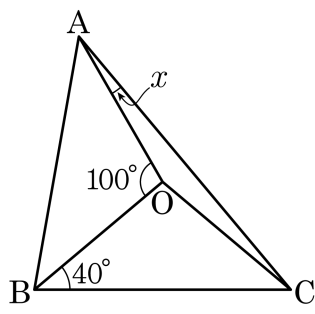
$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90^\circ = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

10. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

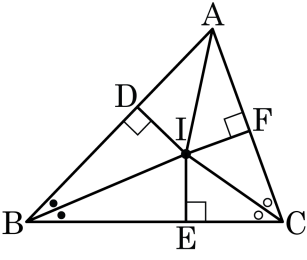


- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100^\circ + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$, $\angle OBA = 40^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$, $x + 40^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \angle x = 10^\circ$.

11. 다음은 ‘삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다’를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉥ 중 잘못된 것은?



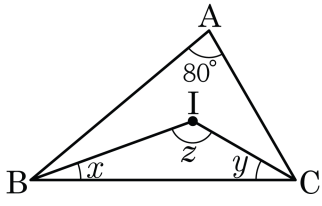
$\angle B, \angle C$ 의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로
 $\triangle BDI \equiv \triangle BEI \quad \therefore \overline{ID} = (\quad \text{㉠} \quad)$
ii) $\overline{CI}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI \quad \therefore \overline{IE} = (\quad \text{㉡} \quad)$
iii) $\overline{ID} = (\quad \text{㉠} \quad) = (\quad \text{㉡} \quad)$
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv (\quad \text{㉢} \quad)$
 $\therefore \angle DAI = (\quad \text{㉣} \quad)$
따라서 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

- ① ㉠ : $\overline{IE}$
- ② ㉡ : $\overline{IF}$
- ③ ㉢ : $\triangle BDI$
- ④ ㉣ : $\angle FAI$
- ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고,
 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서
 $\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, $\overline{AI}$ 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)

12. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle z - (\angle x + \angle y) = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

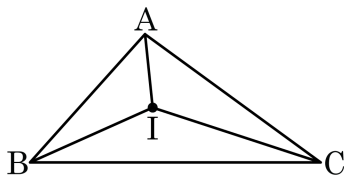
해설

$$2\angle x + 2\angle y + 80^\circ = 180^\circ, \angle x + \angle y = 50^\circ$$

$$\angle z = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle z - (\angle x + \angle y) = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

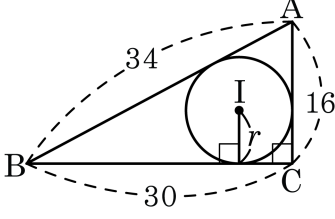
▶ 정답 : 36°

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$ 이므로, $\angle AIB = 360^\circ \times \frac{6}{20} = 108^\circ$ 이다.

$$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ACB = 108^\circ \text{에서 } \angle ACB = 36^\circ \text{이다.}$$

14. 다음 그림에서 점 I는 직각삼각형 ABC의 내심이다. 내접원의 반지름 길이 r 의 값은?



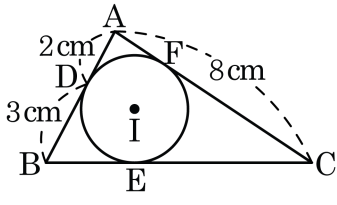
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = 30 \times 16 \times \frac{1}{2} = 240$

$240 = \frac{1}{2} \times r \times 80$ 이므로 따라서 $r = 6$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. $AD = 2\text{cm}$, $BD = 3\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



- ① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

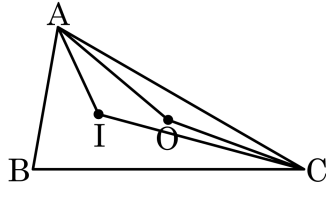
해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



- ① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

해설

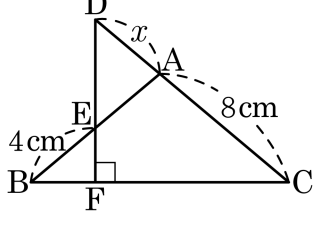
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이

점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.

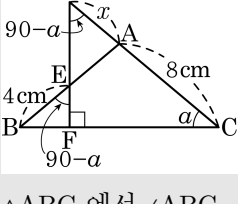
따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90^\circ$ 일 때, x 의 길이는?



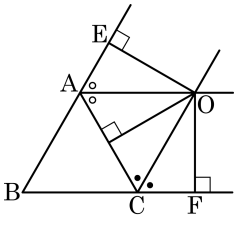
- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90 - a$ 이다.
즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4 + x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 두 각 $\angle A$, $\angle C$ 에 대한 외각의 이등분선이 만나는 점을 O라 하자. 점 O에서 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 연장선 위와 $\overline{AC}$ 에 각각 내린 수선의 발을 E, F, G라고 할 때, $\overline{OE} = \frac{2}{3}\text{cm}$ 라고 한다. $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$ 를 구하여라.



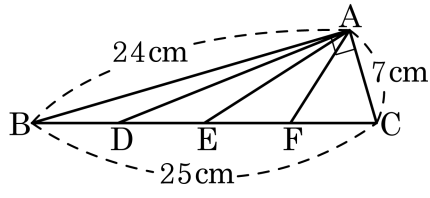
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2cm

해설

$\triangle OAE$ 와 $\triangle OAG$ 에서
 $\overline{OA}$ 는 공통 $\cdots \textcircled{㉠}$
 $\angle OAE = \angle OAG \cdots \textcircled{㉡}$
 $\angle OEA = \angle OGA = 90^\circ \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에 의해 $\triangle OAE \equiv \triangle OAG (\text{RHA}) \cdots \textcircled{㉣}$
 $\triangle OGC$ 와 $\triangle OFC$ 에서
 $\overline{OC}$ 는 공통 $\cdots \textcircled{㉤}$
 $\angle OCG = \angle OCF \cdots \textcircled{㉥}$
 $\angle OGC = \angle OFC = 90^\circ \cdots \textcircled{㉦}$
 $\textcircled{㉤}, \textcircled{㉥}, \textcircled{㉦}$ 에 의해 $\triangle OGC \equiv \triangle OFC \cdots \textcircled{㉧}$
따라서 $\textcircled{㉣}, \textcircled{㉧}$ 에 의해 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \frac{2}{3}\text{cm}$
 $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG} = 2(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

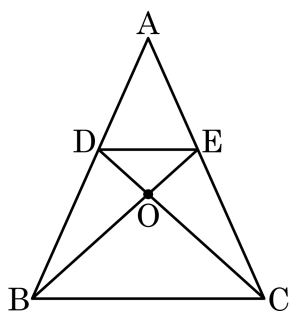
▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ (cm)}$$

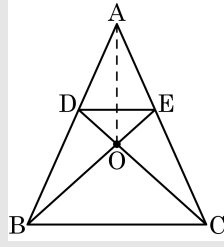
20. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 120°

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle DEB = \angle DBE = x, \angle ECD = \angle EDC = y$$

점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = x, \angle OAC = \angle OCA = y$$

한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$$\angle DOE = \angle BOC(\text{맞꼭지각}) = 2(x + y)$$

따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x + y) = 180^\circ$, $x + y = \angle A = 60^\circ$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$$