1. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

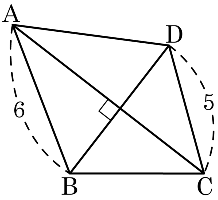
1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b+c}{3}=89,\quad a+b+c=267$$

$$\frac{a+b+c+x}{4}=90,\quad (a+b+c)+x=360,\quad 267+x=360\quad \therefore\ x=93$$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

2. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값은?



① 11 ② 30 ③ 41

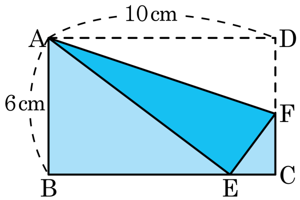
④ 56 ⑤ 61

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$\therefore\ \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}\,\text{cm}$　② $8\,\text{cm}$　③ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$

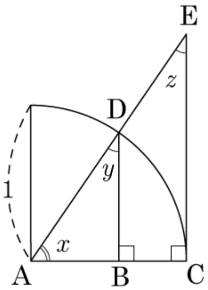
④ $5\,\text{cm}$　⑤ $7\,\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \overline{AD}$ 이므로 피타고라스 정리에서

$\overline{BE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에 대하여 $\angle\mathrm{DAB} = x$, $\angle\mathrm{ADB} = y$, $\angle\mathrm{DEC} = z$ 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\sin y = \sin z$　② $\tan y = \tan z$

③ $\tan x = \overline{\mathrm{CE}}$　④ $\cos z = \sin x$

⑤ $\cos z = 1$

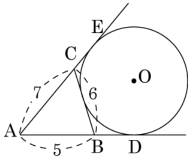
해설

$$\cos z = \frac{\overline{\mathrm{EC}}}{\overline{\mathrm{AE}}}$$

$\triangle\mathrm{AEC} \backsim \triangle\mathrm{ADB}$ ($\because$ AA 닮음)

$$\cos z = \frac{\overline{\mathrm{EC}}}{\overline{\mathrm{AE}}} = \frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{AD}}} = \overline{\mathrm{BD}}$$

5. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=6$, $\overline{AC}=7$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 3　　② $\frac{7}{2}$　　③ 4　　④ $\frac{9}{2}$　　⑤ 5

해설

$\overline{BD}=x$, $\overline{CE}=6-x$

$7+6-x=5+x$

$\therefore x=4$

6. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+9+6+x}{5} = 6$$

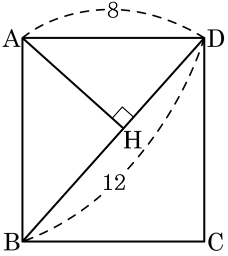
$23 + x = 30$

$\therefore x = 7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5} = \frac{9+1+9+1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

7. 다음 그림에서 □ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이다. $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



① $16\sqrt{5}$
② $8\sqrt{5}$
③ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
④ $\frac{16\sqrt{5}}{3}$
⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

해설

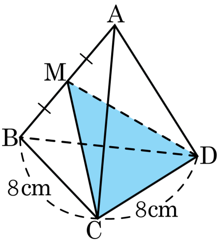
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD}$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} =$

$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 8$

$\therefore \overline{AH} = \frac{8\sqrt{5}}{3}$

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8cm 인 정사면체에서 점 M이 $\overline{AB}$ 의 중점일 때, $\triangle MCD$ 의 넓이를 구하면?



① $8\sqrt{3}\text{cm}^2$　② $4\sqrt{2}\text{cm}^2$　③ $4\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $32\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{MC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

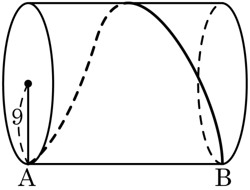
$\overline{MC} = \overline{MD}$ 이므로 $\triangle MCD$ 는 이등변 삼각형이 된다.

$$\therefore (\triangle MCD\text{의 높이}) = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle MCD = 8 \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

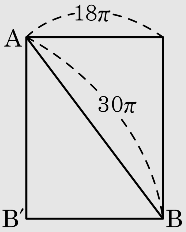
9. 다음 그림은 점 A 를 지나 원기둥의 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 30π 인 원기둥이다. 이 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9 라고 할 때, 원기둥의 높이 $\overline{AB}$ 의 길이는?



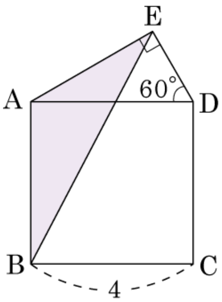
① 21π ② 22π ③ 23π ④ 24π ⑤ 25π

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB'} &= \sqrt{(30\pi)^2 - (18\pi)^2} \\ &= \sqrt{900\pi^2 - 324\pi^2} \\ &= \sqrt{576\pi^2} \\ &= 24\pi\end{aligned}$$



10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 한 변 AD 를 빗변으로 하는 직각삼각형 AED 에서 $\angle D = 60°$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?

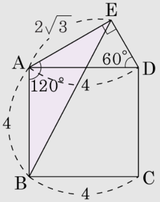


① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ 6 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 8

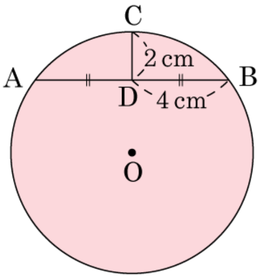
해설

$\overline{AB} = 4$, $\overline{AE} = 4\sin 60° = 2\sqrt{3}$, $\angle EAB = 120°$

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \sin(180° - 120°)$$
$$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$



11. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

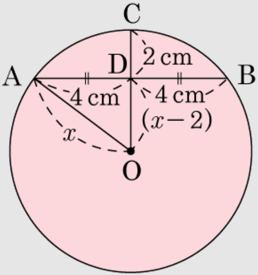
원 O 의 반지름의 길이를 x cm 라 하면

$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$

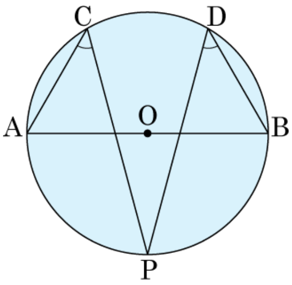
$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$

$4x = 20$

$\therefore x = 5(\text{cm})$



12. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle ACP + \angle BDP$ 의 값을 구하면?



① $86°$ ② $88°$ ③ $90°$

④ $92°$ ⑤ $94°$

해설

점 O 와 P 를 연결하면

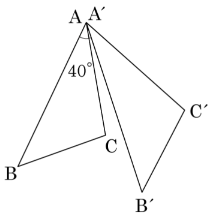
$\angle AOP = 2\angle ACP$

$\angle BOP = 2\angle BDP$

$\therefore \angle AOP + \angle BOP = 2\angle ACP + 2\angle BDP = 180°$

$\therefore \angle ACP + \angle BDP = 90°$

13. $\triangle A'B'C'$ 은 점 A 를 중심으로 $\triangle ABC$ 를 $40°$ 회전시킨 것이다. 점 A, B, B′, C′ 이 한 원주 위에 있을 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABB'$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로 $\angle ABB' = \angle AB'B = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°, \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$ 이므로

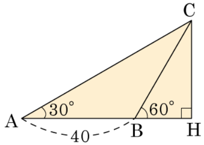
$\angle ACB = \angle A'C'B'$

$\square ABB'C'$ 이 한 원 위에 있으므로 대각의 크기의 합이 180°

즉, $\angle ABB' + \angle AC'B' = 70° + \angle AC'B' = 180°$

$\therefore \angle AC'B = \angle ACB = 110°$

14. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하는 과정이다. $\square$안의 값이 옳지 <u>않은</u> 것은?



$\overline{CH} = h$라고 하면

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\boxed{(가)}}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\boxed{(나)}}$

$\overline{AB} = \boxed{(다)} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$, $h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{(라)}$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{(마)}$

① (가) $\tan 60°$　② (나) $\tan 60°$　③ (다) $\overline{AH} - \overline{BH}$

④ (라) 40　⑤ (마) $20\sqrt{3}$

해설

(가) 에 $\tan 30°$ 가 들어가야 한다.

$\overline{CH} = h$라고 하면

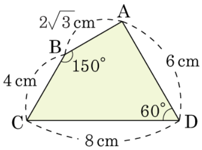
$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°} = 40$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40,\ h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 40$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

15. 다음 그림에서 △ABC 와 △ACD 의 넓이의 차는?



① $(9+\sqrt{2})\,\mathrm{cm}^2$ ② $10\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $14\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $15\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times \sin 30^\circ = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 60^\circ = 12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$$

따라서 △ABC 와 △ACD 의 넓이의 차는 $\triangle ACD - \triangle ABC = 10\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.