

1. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

2. $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$ 일 때, $z_1^3 + z_2^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $4 - 2i$

② 0

③ 20

④ $-2 + 4i$

⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= 2, \quad z_1 z_2 = 2 \\ z_1^3 + z_2^3 &= (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2) \\ &= 8 - 12 \\ &= -4 \end{aligned}$$

3. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

4. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2 - 4$

② $y = (x - 2)^2 - 3$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \leq 5x + 4 \\ x + 2 < 9 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\therefore x < 7$$

따라서 가장 작은 정수는 6 이다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+4 < -2x+7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq a < 0$ ② $-1 < a \leq 0$ ③ $-2 \leq a < -1$
 ④ $-2 < a \leq -1$ ⑤ $-3 < a \leq -2$

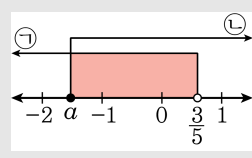
해설

$3x+4 < -2x+7$ 에서

$$x < \frac{3}{5} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x \geq a \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$$\therefore -2 < a \leq -1$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x \geq -5 \\ 4x-a > 2(x-2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 8$

② $a < 4$

③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$

④ $4 \leq a < 8$

⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$$1-3x \geq -5, \quad 2 \geq x$$

$$4x-a > 2(x-2), \quad x > \frac{a-4}{2}$$

$$\text{해가 없으므로 } \frac{a-4}{2} \geq 2, \quad a \geq 8$$

8. 다음은 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 대하여 기울기가 m 인 접선의 방정식을 구하는 과정이다.

원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인
접선의 방정식을 $y = mx + k$ 라 하자.
직선 $y = mx + k$ 를 원의 방정식
 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 대입하여 정리하면,
 $(1 + m^2)x^2 + 2mkx + \boxed{(가)}$ $= 0$
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로
 $D = 0$ 에서
 $k = \pm \boxed{(나)}$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y = mx \pm \boxed{(나)}$

(가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $r^2 - k^2, r\sqrt{m^2 + 1}$
- ② $r^2 - k^2, r\sqrt{m^2 - 1}$
- ③ $k^2 - r^2, \sqrt{m^2 + 1}$
- ④ $k^2 - r^2, r\sqrt{m^2 + 1}$
- ⑤ $k^2 - r^2, r\sqrt{m^2 - 1}$

해설

직선 $y = mx + k$ 를 원의 방정식 $x^2 + y^2 = r^2$ 에
대입하면, $x^2 + (mx + k)^2 = r^2$
 $(1 + m^2)x^2 + 2mkx + k^2 - r^2 = 0$
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면,
 $\frac{D}{4} = m^2k^2 - (1 + m^2)(k^2 - r^2) = m^2r^2 + r^2 - k^2$
원과 직선이 접하므로 $D = 0$,
즉 $r^2(m^2 + 1) = k^2, k = \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
 $\therefore (가) : k^2 - r^2, (나) : r\sqrt{m^2 + 1}$

9. a, b 가 유리수일 때, $x = 1 + \sqrt{2}$ 가 $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 된다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

유리계수 방정식이므로 $1 + \sqrt{2}$ 가 근이면 $1 - \sqrt{2}$ 도 근이다.
주어진 방정식의 세 근을 $1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, \alpha$ 라 하면
 $(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 3 \dots\dots\dots \textcircled{A}$
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + \alpha(1 + \sqrt{2}) + \alpha(1 - \sqrt{2}) = a \dots\dots\dots \textcircled{B}$
 $\alpha(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -b \dots\dots\dots \textcircled{C}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C}$ 을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 1$

10. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 3 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x + 13 \leq -2 \\ 8 - 2x \leq a \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

▷ 정답 : 23

해설

$3x + 13 \leq -2$
 $3x \leq -15$
 $x \leq -5$
 $8 - 2x \leq a$
 $-2x \leq a - 8$
 $x \geq \frac{8 - a}{2}$
만족하는 정수는 $-5, -6, -7$ 이다.
 $-8 < \frac{8 - a}{2} \leq -7$
 $-16 < 8 - a \leq -14$
 $22 \leq a < 24$
 $\therefore a = 22, 23$

11. 세 점 A(-1, 1), B(-k, 2), C(k+1, 6)이 같은 직선 위에 있을 때, 상수 k의 값은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$$\frac{2-1}{-k+1} = \frac{6-1}{k+1+1}$$

$$\Rightarrow \therefore k = \frac{1}{2}$$

12. 두 직선 $x - 2y - 5 = 0$, $2x - y + 3 = 0$ 의 교점을 지나고, $3x - y = 0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $9x + y - 20 = 0$

② $2x + 3y - 20 = 0$

③ $-9x + 3y + 10 = 0$

④ $4x + 3y + 20 = 0$

⑤ $-9x + 3y - 20 = 0$

해설

두 직선 $x - 2y - 5 = 0$, $2x - y + 3 = 0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x - 2y - 5) + k(2x - y + 3) = 0$$

이것을 x, y 에 대하여 정리하면

$$(1 + 2k)x + (-k - 2)y + (3k - 5) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

이것이 $3x - y = 0$ 와 평행하려면

$$\frac{1 + 2k}{3} = \frac{-k - 2}{-1} \text{에서}$$

$k = -5$ 이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면

$$-9x + 3y - 20 = 0$$

13. 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 0), B(1, 0) 까지의 거리의 비가 1 : 2 인 점 P(x, y) 의 자취의 길이는?

- ① $\frac{5}{3}\pi$ ② 2π ③ $\frac{8}{3}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

해설

좌표평면 위의 두 점 A(-1, 0), B(1, 0) 까지의 거리의 비가 1 : 2 인 점 P(x, y) 의 자취는

(-3, 0) 과 $(-\frac{1}{3}, 0)$ 을 지름의 양 끝으로

하는 원이다.

즉 반지름이 $\frac{2}{3}$ 이 원의 둘레의 길이는 $\frac{8}{3}\pi$ 이다.

14. 점 $(1, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원의 중심과 점 $(1, 3)$ 사이의 거리는 $\sqrt{10}$ 이므로
피타고라스의 정리에 의해 접선의 길이는 $\sqrt{10-1} = 3$

15. 지름의 길이가 15 cm 인 원에 내접하며 둘레의 길이가 42 cm 인 직사각형의 두 변의 길이는?

- ① 6 cm, 8 cm ② 6 cm, 10 cm ③ 6 cm, 12 cm
④ 9 cm, 10 cm ⑤ 9 cm, 12 cm

해설

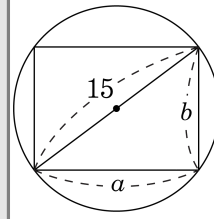
i) $a + b = \frac{42}{2} = 21$

ii) $a^2 + b^2 = 15^2$

i), ii) 를 연립하면, $a^2 + (21 - a)^2 - 225 = 0$

$\Rightarrow a = 12, 9$

$\therefore$ 두 변의 길이는 12 cm, 9 cm



16. 직선 $y = ax + b$ 를 평행 이동 $g : (x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여 이동하였더니, 직선 $y = 3x + 4$ 와 y 축 위의 점에서 직교하였다. $a + b$ 의 값은 ?

- ① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ 7 ⑤ 8

해설

직선이 g 에 의하여 평행이동하면

$$y + 3 = a(x - 2) + b \text{에서 } y = ax - 2a + b - 3 \cdots \textcircled{1}$$

① 이 직선 $y = 3x + 4$ 와 y 축 위의 점에서

직교하므로 $3a = -1$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}$$

또, y 축 위에서 직교하므로 y 절편이 같다.

$$-2a + b - 3 = 4 \text{에서 } \frac{2}{3} + b - 3 = 4$$

$$\therefore b = 4 + \frac{7}{3} = \frac{19}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{18}{3} = 6$$

17. 직선 $y = 2x + k$ 를 x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 후 원점 대칭 시켰더니 점 $(-1, 0)$ 을 지났다. 이때, k 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

직선 $y = 2x + k$ 를 x 축 방향으로 1,
 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨
직선의 방정식은 $y = 2(x - 1) + k - 2$ 이다.
이 직선을 원점대칭시키면 $-y = 2(-x - 1) + k - 2$
 $\therefore y = 2x - k + 4$
이 직선은 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로
대입시키면 등식이 성립한다.
따라서 구하는 k 의 값은 2 이다.

18. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$ 을 간단히 하면?

① $4^8 + 3^8$

② $4^{15} - 3^{15}$

③ $4^{15} + 3^{15}$

④ $4^{16} - 3^{16}$

⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^8-3^8)(4^8+3^8) \\ &= 4^{16}-3^{16} \end{aligned}$$

19. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $[x, y, z] = xy^2 - y^2z$ 라 하자. $x - y = 2$, $xy - yz - zx = 1$ 이라 할 때, $[y, x, z] + [z, y, x]$ 의 값은?

① 0 ② -2 ③ 2 ④ -4 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} [y, x, z] &= yx^2 - x^2z, [z, y, x] = zy^2 - y^2x \\ [y, x, z] + [z, y, x] &= yx^2 - x^2z + zy^2 - y^2x \\ &= xy(x - y) - z(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)(xy - yz - zx) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

20. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$ 이 $x = -1 + \sqrt{2}$ 를 한 근으로 가질 때, $2a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x = -1 + \sqrt{2}$ 에서 $x + 1 = \sqrt{2}$
양변을 제곱하여 정리하면 $x^2 + 2x - 1 = 0$
 $\therefore x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 = (x^2 + 2x - 1)(x^2 + cx + 5)$
 $= x^4 + (2 + c)x^3 + (4 + 2c)x^2 + (10 - c)x - 5$
 $\therefore 2 + c = 5, 4 + 2c = a, 10 - c = b$
 $\therefore a = 10, b = 7, c = 3$

21. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 6y = 7$ 의 공통현의 길이를 구하면?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + y^2 = 1$ 은 중심이 원점이고 반지름이 1인 원이다.
 $x^2 + y^2 - 6x - 6y = 7$ 은 중심이 (3, 3)이고 반지름이 5인 원이다.
공통현의 방정식은
 $(x^2 + y^2 - 1) - (x^2 + y^2 - 6x - 6y - 7) = 0$
 $\therefore x + y + 1 = 0$
이때, $x^2 + y^2 = 1$ 의 원과 $x + y + 1 = 0$ 의 교점을 구하면
(0, -1), (-1, 0)에서 접하여 공통현의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

22. 대칭이동에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- I. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은 $f(-x, -y) = 0$ 이다.
- II. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은 $f(x - 2a, y) = 0$ 이다.
- III. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시킨 도형은 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.
- IV. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형은 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.

- ①

I, III, IV
- ②

I, IV
- ③

II, III, IV
- ④

III, IV
- ⑤

I, II, III, IV

해설

I. $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
II. $f(x, y) = 0$ 을 $x = a$ 에 대하여 대칭이동
⇒ $f(2a - x, y) = 0$
III. $f(x, y) = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동
⇒ $f(x, -y) = 0$
 $f(x, -y) = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
IV. $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-y, -x) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-y, -x) = 0$
이로부터 옳은 것은 I, III, IV이다.

23. 다음 식 $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a+b$

② $b+c$

③ $c+a$

④ $b-a$

⑤ $-b-c$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$$

$$= (b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + bc(b+c)$$

$$= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a+c)$$

∴ ④ $b-a$ 는 인수가 아니다

24. 함수 $y = x^2 - q$, $y = -x^2 + q$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 21 일 때, q 의 값을 구하여라. (단, $q > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이 $x = 0$ 이므로 직사각형은 직선 $x = 0$ 에 대하여 대칭이다.

직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 $-t, t$ 라 하면 가로 길이는 $2t$,

세로의 길이는 $(-t^2 + q) - (t^2 - q) = -2t^2 + 2q$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(-2t^2 + 2q + 2t) = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 4q + 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은 $4q + 1 = 21$ 이므로 $q = 5$ 이다.

25. 성은이네 과수원에서는 생산하는 모든 사과를 수경이네 가게에 납품하고 있다. 수경이네 가게에서는 자금 사정이 어려워 올해 사과 한 개당 가격을 $x\%$ 인하하여 납품하면 1 년 후에는 올해 인하하여 납품받은 가격에서 $2x\%$ 를 인상한 가격으로 납품받겠다는 약속을 하였다. 1 년 후 사과 한 개당 가격을 가장 비싸게 받으려면 x 의 값을 얼마로 정해야 하는가?

- ① 22 ② 25 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

해설

원래 납품하던 사과 한 개의 가격을 a 원이라 하면 올해 $x\%$ 인하한 가격은 $a\left(1 - \frac{x}{100}\right)$ 원이다.

이 가격에서 $2x\%$ 인상한 1 년 후의 사과 한 개의 가격을 $f(x)$ 원이라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= a\left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{2x}{100}\right) \\ &= a\left(1 + \frac{x}{100} - \frac{x^2}{5000}\right) \\ &= -\frac{a}{5000}(x^2 - 50x - 5000) \\ &= -\frac{a}{5000}\{(x - 25)^2 - 5625\} \end{aligned}$$

이때, $0 \leq x \leq 100$ 이므로 $f(x)$ 는 $x = 25$ 일 때 최대이고 최댓값은 $\frac{5625}{5000}a$ 이다.

따라서, 올해 사과 한 개당 가격을 25% 인하하여 납품하면 1 년 후에 가장 비싼 가격으로 납품할 수 있다.