

1. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a(y+x)$

㉡ $a(x-y)(a-b)$

㉢ $a(a-2b)$

㉣ $x(a-2b)$

㉤ $x-y$

㉥ $(x-y)(a-2b)$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

$$\begin{aligned} a^2(x-y) + 2ab(y-x) &= a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ &= a(x-y)(a-2b) \end{aligned}$$

2. $\frac{x^2}{9} + Ax + \frac{9}{4}$ 가 완전제곱식으로 인수분해될 때, A 의 값은?

① $\pm \frac{1}{3}$

② ± 1

③ $\pm \frac{3}{2}$

④ $\pm \frac{1}{2}$

⑤ $\pm \frac{1}{4}$

해설

$$\left(\frac{1}{3}x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 \pm x + \frac{9}{4}$$

$$\therefore A = \pm 1$$

3. $x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$ 을 인수분해하면?

① $\left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$

② $\left(x + \frac{1}{6}\right) (x + 1)$

③ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$

④ $(x - 1) \left(x - \frac{1}{6}\right)$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$

해설

$a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{3}$ 라 하면 $a + b = -\frac{5}{6}$, $ab = \frac{1}{6}$ 이므로

$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$ 이 성립한다.

4. $20x^2 - ax - 9 = (4x - 3)(5x - b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3

② 3

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}(4x - 3)(5x - b) &= 20x^2 - (4b + 15)x + 3b \\ &= 20x^2 - ax - 9\end{aligned}$$

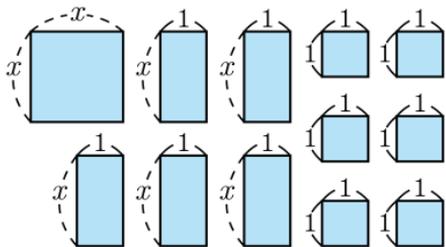
$$3b = -9, b = -3$$

$$-(4b + 15) = -3 = -a$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 3 - 3 = 0$$

5. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x , 1인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로 길이를 a , 세로 길이를 b 라 할 때, $(a+b)^2$ 의 값은 얼마가 되는가?



- ① $x^2 + 5x + 6$ ② $(2a + b)^2$
 ③ $4x^2 + 20x + 25$ ④ $(4a + b)^2$
 ⑤ 25

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이: x^2
 세로, 가로가 각각 x , 1인 직사각형 5개의 넓이: $5x$
 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이: 6
 따라서 직사각형의 넓이는
 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ 이다.
 가로 길이를 $x + 3 = a$, 세로 길이를 $x + 2 = b$ 라 하면
 $(a + b)^2 = (x + 3 + x + 2)^2$
 $= (2x + 5)^2$
 $= 4x^2 + 20x + 25$

6. $(x - 2y)(x - 2y - 4z) - 12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x - 4y + 4z$

② $2x - 4y - 4z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 4y + 4z$

⑤ $4x - 2y - 4z$

해설

$x - 2y = A$ 라 하면

$$A(A - 4z) - 12z^2 = A^2 - 4Az - 12z^2$$

$$= (A - 6z)(A + 2z)$$

$$= (x - 2y - 6z)(x - 2y + 2z)$$

$$\therefore (x - 2y - 6z) + (x - 2y + 2z) = 2x - 4y - 4z$$

7. $\frac{4}{25}ax^2 - 2ax + \frac{25}{4}a$ 를 인수분해했을 때 인수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{2}{5}ax - \frac{5}{2}$

② a

③ $\left(\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}\right)^2$

④ $\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}$

⑤ $\frac{2}{5}a - \frac{5}{2}$

해설

$$\frac{4}{25}ax^2 - 2ax + \frac{25}{4}a = a \left(\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}\right)^2$$

8. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

9. $x - 1$ 이 $3x^2 - ax - 4$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

또 다른 인수를 $(Ax + B)$ 라 하면

$$\begin{aligned}(x - 1)(Ax + B) &= Ax^2 - Ax + Bx - B \\ &= 3x^2 - ax - 4\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 4, a = A - B = -1$$

10. 이차식 $x^2 + Ax + B$ 를 인수 분해하는데 준식이는 일차항의 계수를 잘못 보아 $(x + 4)(x + 3)$ 이 되었고, 효진이는 상수항을 잘못 보아 $(x + 1)(x + 7)$ 이 되었다. 다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(x + 2)(x + 6)$ ② $(x + 1)(x + 6)$ ③ $(x - 2)(x - 6)$
④ $(x - 1)(x - 6)$ ⑤ $(x + 3)(x + 4)$

해설

준식이는 $x^2 + 7x + 12$ 에서 상수항 12 를 맞게 보았고,
효진이는 $x^2 + 8x + 7$ 에서 x 의 계수 8 을 맞게 보았다.
따라서 주어진 이차식은 $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

11. $2x^2 - \frac{1}{2}$ 을 인수분해하면?

① $2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

② $2(x + 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

③ $2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 1)$

④ $2(x + 1)(x - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(2x + 1)(x - 1)$

해설

$$2x^2 - \frac{1}{2} = 2\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

12. x, y 는 자연수이다. x, y 의 값과 상관없이 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 나눌 수 있는 가장 큰 짝수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

인수분해하면

$$\begin{aligned} & (x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2 \\ &= \{(x + y - 3) + (x - y + 3)\} \\ & \quad \{(x + y - 3) - (x - y + 3)\} \\ &= 2x(2y - 6) \\ &= 4x(y - 3) \end{aligned}$$

이므로 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 x, y 의 값과 상관없이 나눌 수 있는 가장 큰 짝수는 4 이다.

13. $a + b = 2$ 이고, $a(a - 1) - b(b + 1) = 6$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$a^2 - a - b^2 - b = 6$$

$$(a + b)(a - b) - (a + b) = 6$$

$$(a + b)(a - b - 1) = 6$$

$$a - b - 1 = 3$$

따라서 $a - b = 4$ 이다.

14. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10

② -9

③ -8

④ -3

⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,

$$x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$$

$$= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$$

$$\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$$

$$\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$$

15. $\frac{2009^3 + 1}{2008 \times 2009 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2010

해설

2009 = x 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{x^3 + 1}{(x - 1) \times x + 1} &= \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 = 2009 + 1 = 2010\end{aligned}$$

16. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

17. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

18. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

19. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수 분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a + b = 9$ 가 되는 경우는

$(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)$

$\therefore (k \text{의 최댓값}) = 4 \times 5 = 20$

20. $\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = -2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = -2$

해설

$a+1 = A, b+1 = B$ 로 치환하면

$$\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = \frac{A^2 + B^2}{AB} = -2$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = 0, (A+B)^2 = 0$$

$$A+B = a+b+2 = 0$$

$$\therefore a+b = -2$$