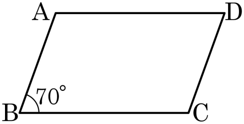
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A + \angle D$ 의 값을 구하여라.



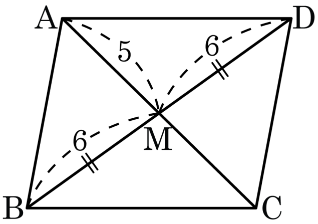
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 180 °

해설

평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합은 180°이다.

2. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{BD}}$의 중점을 M이라고 했을 때, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{DM}} = 6$이 성립한다. $\overline{\mathrm{CM}}$의 길이를 구하여라.



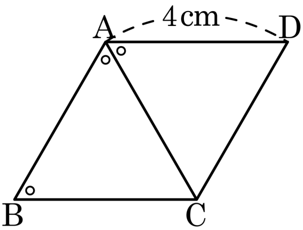
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{AM}} = 5$

3. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 점 C 와 만난다. □ABCD 가 평행사변형이 되도록 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\angle ACB = \bullet = \angle ACD = \angle ADC$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle ACD$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB} = 4\text{cm}$

4. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것을 골라라.

㉠ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉡ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
㉢ 한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
㉣ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
㉤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

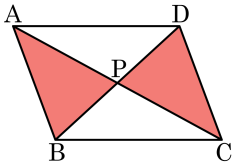
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행이고 그 길이가 같아야 한다

5. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 40cm^2 일 때, $\triangle ABP + \triangle DPC$ 의 넓이를 구하면?



① 1cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

$$\triangle ABP + \triangle DPC = \square ABCD \times \frac{1}{2}$$
$$= 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$$

6. 다음 중 평행사변형의 정의를 바르게 나타낸 것은?

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

② 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

④ 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

7. 다음은 (가) 사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결했을 때 생기는 사각형이 (나) 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 가 : 등변사다리꼴 → 나 : 직사각형

② 가 : 평행사변형 → 나 : 평행사변형

③ 가 : 직사각형 → 나 : 마름모

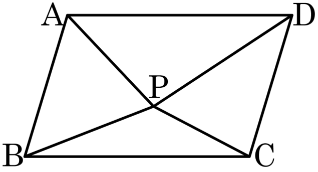
④ 가 : 정사각형 → 나 : 정사각형

⑤ 가 : 마름모 → 나 : 직사각형

해설

① 등변사다리꼴의 중점 연결 → 마름모

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부의 임의의 한 점 P 에 대하여 $\triangle\mathrm{PAD} = 15\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PBC} = 11\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PCD} = 12\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{PAB}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $14\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD}+\triangle\mathrm{PBC} = \frac{1}{2}\times\square\mathrm{ABCD}, \triangle\mathrm{PAB}+12 = 15 + 11 = 26(\,\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle\mathrm{PAB} = 14\mathrm{cm}^2$

9. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

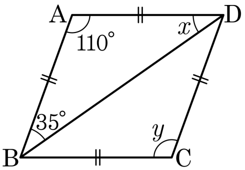
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

10. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 135　② 140　③ 145
④ 150　⑤ 155

해설

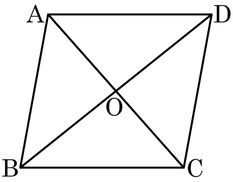
$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $x = 35°$

$y = \angle BAD$

$\angle BAD = 180° - (35° + 35°) = 110°$

따라서 $y = 110°$ 이고, $\angle x + \angle y = 35° + 110° = 145°$ 이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

② $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle ADO = \angle DAO$

③ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

해설

평행사변형이 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 수직이등분하고 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
또한 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으면 정사각형이다.

12. 다음 사각형 중 평행사변형이 아닌 것은?(정답 2개)

① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 사다리꼴 ⑤ 등변사다리꼴

해설

두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형을 평행사변형이라 한다.
따라서 ④, ⑤는 평행사변형이라 할 수 없다.

13. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은?

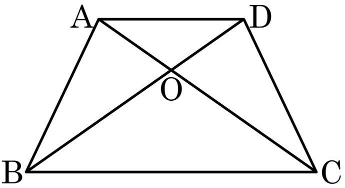
① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

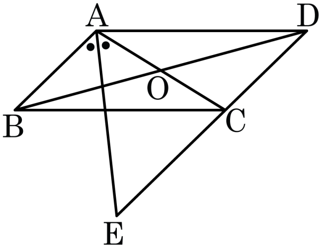


① 148 ② 150 ③ 162 ④ 175 ⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$
$\therefore \square ABCD = 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하고, $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{OC} = 2\text{cm}$, $\overline{BD} = 8\text{cm}$이다. 변 DC의 연장선과 $\angle BAC$의 이등분선의 교점을 E라 할 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



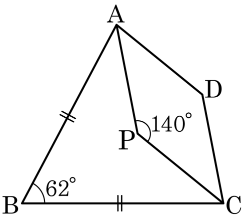
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 7 cm

해설

$\angle BAE = \angle AEC$이므로 $\triangle ACE$는 이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \overline{CE} = 4$이므로 $\overline{DE} = \overline{CD} + \overline{CE} = 3 + 4 = 7(\text{cm})$이다.

16. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 69° ② 73° ③ 76°

④ 79° ⑤ 82°

해설

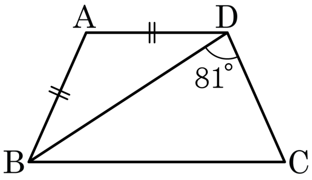
$\overline{AC}$ 를 이으면

$\angle BCA = (180° - 62°) \div 2 = 59°$

$\angle ACD = (180° - 140°) \div 2 = 20°$

$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 79°$

17. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 81°$일 때, $\angle DBC$의 크기는?



① 28° ② 31° ③ 33° ④ 35° ⑤ 37°

해설

$\angle DBC = \angle x$라 하면

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle x$

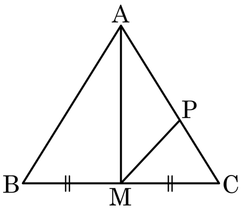
$\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 $\angle ABD = \angle x$

□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle ABC = \angle DCB$

$2\angle x = 99 - \angle x$, $3\angle x = 99$

$\therefore\ \angle x = 33°$

18. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PC}$ = 3 : 2이다. $\triangle ABC$ = $40\,cm^2$일 때, $\triangle APM$의 넓이는?



① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$

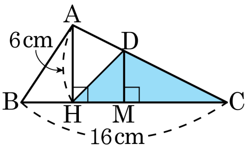
④ $16\,cm^2$ ⑤ $20\,cm^2$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 높이와 밑변의 길이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle AMC = 20cm^2$, $\triangle AMP = 20 \times \frac{3}{5} = 12(\,cm^2)$

19. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다. $\overline{\mathrm{AH}}=6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}}=16\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{DHC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

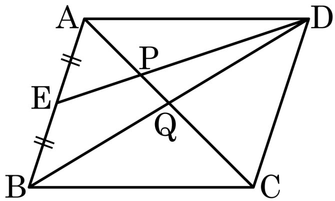
▷ 정답 : $24\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{AM}}$ 을 그으면 $\triangle\mathrm{DHM}=\triangle\mathrm{AMD}$ 이므로

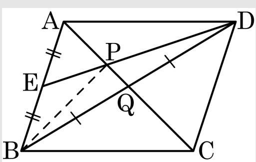
$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{DHC}&=\triangle\mathrm{AMC}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times16\times6\\&=24\,(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E는 변 AB 의 중점이고, $\overline{DP} : \overline{PE} = 2 : 1$ 이다. 평행사변형의 넓이는 48cm^2 일 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



① 4cm^2 ② $\dfrac{9}{2}\text{cm}^2$ ③ 5cm^2
④ $\dfrac{11}{2}\text{cm}^2$ ⑤ 6cm^2

해설



$\triangle BDE = \dfrac{1}{2}\triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2}\square ABCD = 12(\text{cm}^2)$

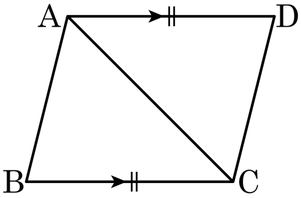
$\triangle DBP : \triangle EBP = 2 : 1$ 이므로

$\triangle DBP = \dfrac{2}{3}\triangle BDE = \dfrac{2}{3} \times 12 = 8(\text{cm}^2)$

$\triangle BPQ : \triangle DPQ = 1 : 1$

$\triangle DPQ = \dfrac{1}{2}\triangle DBP = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}^2)$

21. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. SAS 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

∴ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

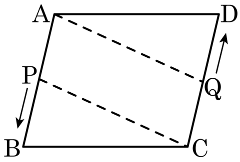
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

22. $\overline{AB} = 100\,\text{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\text{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\text{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

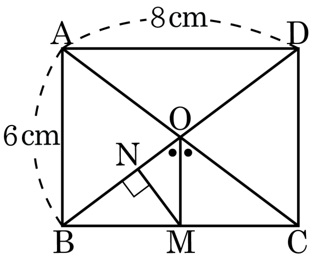
해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초)이다.

$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

$\therefore x = 10$ (초)이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{BD} = 10\,\text{cm}$이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$일 때, $\overline{MN}$의 길이는?



① 1.2 cm ② 1.6 cm ③ 2.4 cm ④ 3.6 cm ⑤ 4.8 cm

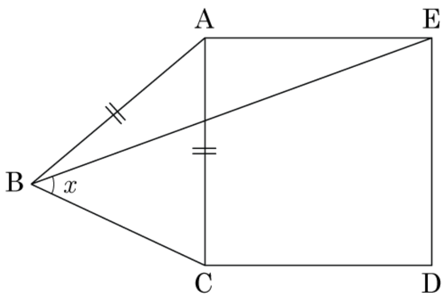
해설

$$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$$

$$\triangle OBM = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{MN}$$

$$\therefore\ \overline{MN} = 2.4\,(\text{cm})$$

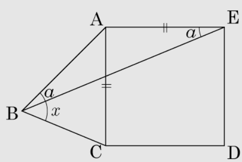
24. 다음 그림에서 □ACDE 는 정사각형이고 △ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 45°

해설



i) $\angle ABE = \angle AEB = a$ 라 하면,

$\angle BAE = 180° - 2a$ 이고,

$\angle CAE = 90°$ 이므로

$\angle BAC = (180° - 2a) - 90° = 90° - 2a$

ii) $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로,

△ABC 는 이등변삼각형이고,

$\angle BAC = 90° - 2a$ 이므로,

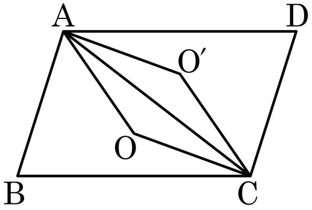
$\angle ABC = \angle ACB = \dfrac{1}{2}\{180° - (90° - 2a)\} = 45° + a$

또한, $\angle ABC = \angle ABE + \angle x$ 이므로,

$a + \angle x = 45° + a$

$\therefore \angle x = 45°$

25. 평행사변형 ABCD 에서 점 O, O' 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이다. $\square\mathrm{AOCO}'$ 은 어떤 사각형인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

점 O, O' 가 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이므로

$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{AO'C} = 2\angle\mathrm{D}$

$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA}, \angle\mathrm{O'AC} = \angle\mathrm{O'CA}$

$\angle\mathrm{O'AO} = \angle\mathrm{O'CO}$

두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 $\square\mathrm{AOCO}'$ 는 평행사변형이다.

$\overline{\mathrm{AO'}} // \overline{\mathrm{OC}}, \overline{\mathrm{AO}} // \overline{\mathrm{O'C}}$ 이고

$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{AO'}} = \overline{\mathrm{O'C}}$ 이므로

$\square\mathrm{AOCO}'$ 는 마름모이다.