

1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 } 3 \text{ 의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{9, 21, 24\}$, $B - A = \{3, 15\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$ 일 때, 집합 A, B 의 교집합을 구하면?
- ① $\{3, 6\}$ ② $\{3, 6, 12\}$ ③ $\{3, 18\}$
④ $\{6, 12\}$ ⑤ $\{6, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

U

A

B

9

21

24

6

18

12

3

15

$\therefore A \cap B = \{6, 18\}$

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 26$ 일 때, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 8$ 이면 $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$26 = n(A) + 15 - 8$$

$$\therefore n(A) = 19$$

3. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

4. 집합 $A = \{1, 2, x^2 + 10x\}$, $B = \{1, x + 11, x^2 - 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, -9\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하면?

- ① $\{-9, 1, 2, 8\}$ ② $\{-9, 1, 2, 9\}$ ③ $\{1, 2, 9\}$
④ $\{-9, 1, 2, 10\}$ ⑤ $\{1, 2, 10\}$

해설

$$x^2 + 10x = -9, (x + 1)(x + 9) = 0$$

$x = -1$ or -9 에서 $x = -9$ 는

$B = \{1, 2, 71\}$ 가 되어 조건에 어긋난다.

$$\therefore x = -1, A = \{-9, 1, 2\}, B = \{-9, 1, 10\}$$

$$\therefore A \cup B = \{-9, 1, 2, 10\}$$

5. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 에 대하여 세 조건 $p: x$ 는 48의 약수, $q: 0 < x < 30$, $r: x^2 - 10x + 24 = 0$ 일 때, ‘ p 이고 q 이고 $\sim r$ ’를 만족하는 집합에 속하지 않는 것은?

- ① 6 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 24

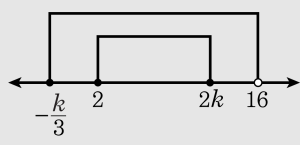
해설

조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하면
 $P = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$
 $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 28\}$
 $R = \{4, 6\}$
‘ p 이고 q 이고 $\sim r$ ’를 만족하는 집합은 $P \cap Q \cap R^c$ 이므로
 $P \cap Q \cap R^c = \{2, 8, 12, 16, 24\}$

6. 두 조건 $p: 2 \leq x \leq 2k$, $q: -\frac{k}{3} \leq x < 16$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 정수 k 의 개수는? (단, $k \geq 1$)

- ① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설



$-\frac{k}{3} \leq 2 \rightarrow k \geq -6, 2k < 16 \rightarrow k < 8, 1 \leq k < 8$ 이므로 정수 k 의 개수는 7개

7. 다음 중 그 역이 거짓인 명제를 찾으세요?

① 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.

② $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이면 $x + y > 0$ 이다.

③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.

④ $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.

⑤ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.

해설

① 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다. (참)

② $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이면 $x + y \leq 0$ 이다. $\Rightarrow$ 반례 :
 $x = -3, y = 5$ (거짓)

③ x 가 3 의 배수가 아니면 x 는 9 의 배수가 아니다. (참)

④ $xz \neq yz$ 이면 $x \neq y$ 이다. (참)

⑤ $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다. (참)

8. 두 실수 x, y 에 대하여 다음 명제가 참일 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

$$x + y < 8 \text{이면 } x < -2 \text{ 또는 } y < k$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
따라서 $x \geq -2$ 이고 $y \geq k$ 이면 $x + y \geq 8$
 $x \geq -2, y \geq k$ 에서 $x + y \geq k - 2$ 이므로
 $k - 2 \geq 8, \therefore k \geq 10$
따라서 k 의 최솟값은 10이다.

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16\}$, $B = \{1, 3, 8, 10, 13, 16\}$ 이고 $B \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
- ① $B \subset X$

② $X \subset (A \cup B)$

③ $(A \cap B) \subset X \subset B$

④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $\{10, 13\} \subset X$

해설

$B \cap X = X$ 일 때 $X \subset B$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.

① $X \subset B$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이지만 $X \subset A$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset A$ 라고 할 수 없다.

⑤ $\{10, 13\} \subset A \cap B$ 이므로 $\{10, 13\} \subset X$ 이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = A^c \cap B$

④ $A \cap \emptyset^c = A$

⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.

④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$

⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

11. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$
- ㉡ $A_4 \cup A_6 = A_4$
- ㉢ m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

- ① ㉠, ㉡, ㉤

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$
- ㉡ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로
 $A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$
- ㉢ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$
 m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로
 $A_m \subset A_n$

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 세 부분집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{1, 2, 5\}$ 에서 $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 집합 $(A \star B) \star C$ 의 원소의 합을 구하면?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} A \star B &= (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 4\} \\ \{1, 2, 4\} \star C &= (\{1, 2, 4\} - C) \cup (C - \{1, 2, 4\}) \\ &= \{4, 5\} \\ \therefore (A \star B) \star C &= \{4, 5\} \end{aligned}$$

13. 세 집합 A, B, T 에 대하여 $T = (A \cup B) - (A \cap B)$ 가 성립할 때, 다음 중 참인 명제는?

- ① A 가 무한집합이면 T 도 무한집합이다.
- ② B 가 유한집합이면 T 는 무한집합이다.
- ③ $A \cap B$ 가 유한집합이면 T 는 무한집합이다.
- ④ $A \cup B$ 가 유한집합이면 T 도 유한집합이다.
- ⑤ T 가 유한집합이면 A, B 모두 무한집합이다.

해설

$T = (A \cup B) - (A \cap B)$ 에서 $T \subset (A \cup B)$ 이므로 ④는 항상 성립한다.

(①, ②, ③, ⑤의 반례: $A = B$ 일 때)

14. 집합 $A_n = \{x \mid 3n - 1 \leq x \leq 9n + 6, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \neq \emptyset$ 이 성립하는 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

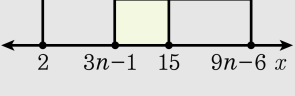
$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \neq \emptyset$ 이므로

$A_1 \cap A_n \neq \emptyset$

$A_1 = \{x \mid 2 \leq x \leq 15\}$,

$A_n = \{x \mid 3n - 1 \leq x \leq 9n + 6\}$

A_1, A_n 을 수직선 위에 나타낼 때 아래와 같은 꼴이어야 문제의 조건을 만족시킨다.



따라서, $3n - 1 \leq 15, n \leq \frac{16}{3} \therefore$ 최댓값은 $n = 5 (\because n \text{은 자연수})$

15. 집합 $U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 집합 A, B 는 서로소이고, 전체집합 U 의 모든 원소를 나누어 가진다.
전체집합 U 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 이고,
 A 의 모든 원소의 합은 15 이므로
집합 B 의 모든 원소의 합은 $55 - 15 = 40$