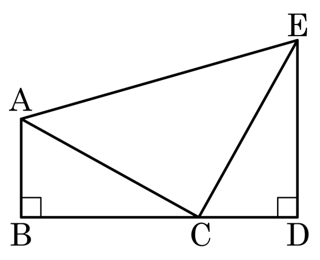
1. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\overline{\mathrm{AB}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DE}} = 9\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACE}$ 의 넓이는?

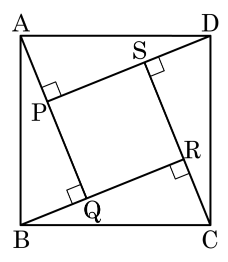


① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = 5$, $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{BC}} = 9$ 이므로
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$ 이다.
$\triangle\mathrm{ACE}$ 이 $\angle\mathrm{ACE} = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle\mathrm{ACE} = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$
따라서 $\triangle\mathrm{ACE} = 53$ 이다.

2. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BQ} = 3$ 일 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



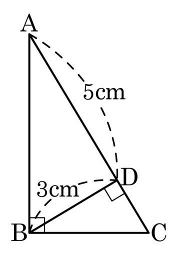
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{55} - 12$

해설

사각형 PQRS 는 정사각형이고,
$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$
$= \sqrt{8^2 - 3^2} - 3 = \sqrt{55} - 3$ 이므로
둘레는 $4 \times \left(\sqrt{55} - 3\right) = 4\sqrt{55} - 12$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,cm$, $\overline{BD} = 3\,cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$
④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

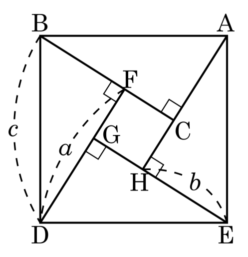
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD^2} = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\,cm)$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$

4. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 를 만들어 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



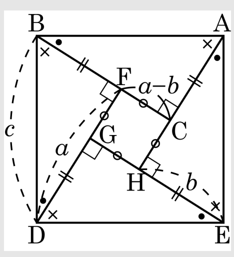
① $c^2 = a^2 + b^2$　　② $\triangle ABC = \triangle EAH$

③ □CFGH 는 정사각형　　④ $\overline{CH} = a - b$

⑤ □CFGH $= 2\triangle ABC$

해설

네 개의 직각삼각형은 합동이다. (RHA 합동)
따라서 ①, ②, ③, ④가 성립한다.



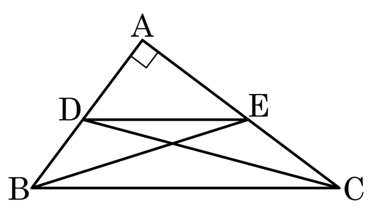
5. 각 변의 길이가 각각 10 cm, 12 cm, x cm 인 삼각형을 예각삼각형으로 만들려고 할 때, x 의 값은 몇cm 로 해야 하는가? (단, $x > 12$)

① $12 < x < \sqrt{61}$
② $12 < x < 2\sqrt{59}$
③ $12 < x < \sqrt{59}$
④ $12 < x < 2\sqrt{61}$
⑤ $12 < x < 2\sqrt{62}$

해설

$x^2 < 10^2 + 12^2$
$x^2 < 100 + 144 = 244$
$\therefore x < 2\sqrt{61}$

6. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

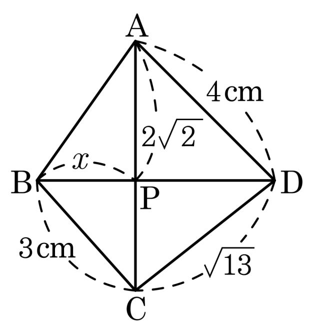


① $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $3\sqrt{5}\,\text{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\,\text{cm}$
④ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $5\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$
$x = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$

7. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



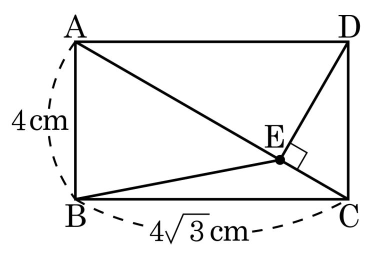
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2 + 13 = 16 + 9$, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2$ $\therefore$ $x = 2\,\text{cm}$

8. 아래 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 D 에서 대각선 AC 에 수선 DE 를 긋고, 점 B 와 점 E 를 연결한 것이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 4\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BC}} = 4\sqrt{3}\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 길이는 몇 cm 인가?

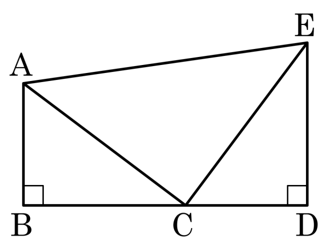


① $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　③ $4\,\mathrm{cm}$
④ $2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$　⑤ $2\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = 8\,\mathrm{cm}$
$\triangle$ACD 의 넓이를 이용하면 $\overline{\mathrm{ED}} = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
$\triangle$DCE 에서 $\overline{\mathrm{EC}} = 2\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{AE}} = 6\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{AE}^2} + \overline{\mathrm{EC}^2} = \overline{\mathrm{BE}^2} + \overline{\mathrm{ED}^2}$, $6^2 + 2^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$
$\therefore\ x = 2\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① $28 + 10\sqrt{2}$　② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$

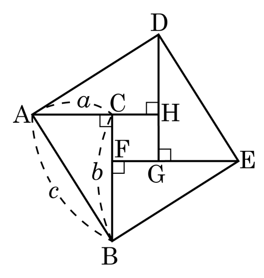
③ $48 + 10\sqrt{2}$　④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$

⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로
$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$
$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$, $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

10. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

11. 세 변의 길이가 각각 $a+4, a, a-4$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

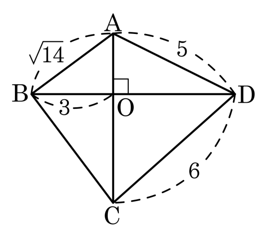
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변의 길이이므로 $a-4>0, a>4 \cdots$ ㉠
삼각형이 될 조건에 의해
$a+4<a+(a-4), 8<a \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $a>8$
세 변 중 가장 긴 변이 $a+4$ 이므로
$(a+4)^2=a^2+(a-4)^2$
$a^2-16a=0$
$a(a-16)=0$
$\therefore a=16$ ($\because$ $a>8$)

12. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



① 5　　② 4

③ $2\sqrt{5}$　　④ $1+\sqrt{14}$

⑤ $3\sqrt{13}$

해설

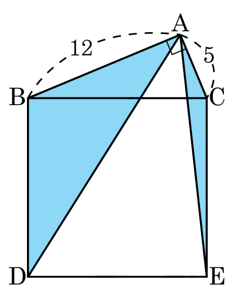
$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{BC}^2 = 25,\ \overline{BC} = 5$ 이므로

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2,\ 5^2 = 3^2 + \overline{OC}$

$\therefore \overline{OC} = 4$

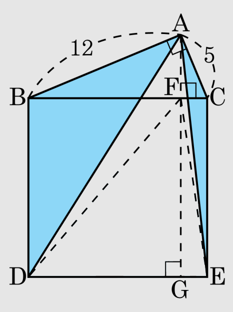
13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{169}{2}$

해설



$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

그림에서 $\triangle ABD = \triangle FBD$, $\triangle ACE = \triangle FCE$ 이다.

$\therefore \triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$$\begin{aligned}\triangle FBD + \triangle FCE &= \frac{1}{2}\square BDGF + \frac{1}{2}\square FGEC \\ &= \frac{1}{2}\square BDEC \\ &= \frac{1}{2} \times 13^2 \\ &= \frac{169}{2}\end{aligned}$$

14. $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 9$, $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 CMH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{189}{25}$

해설

$\overline{AB}^2 = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ 이므로

$\overline{AM} = \overline{MC} = \dfrac{15}{2}$

$15 \times \overline{CH} = 9 \times 12$ 에서 $\overline{CH} = \dfrac{36}{5}$

$\therefore\ \overline{MH} = \sqrt{\left(\dfrac{15}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{36}{5}\right)^2} = \dfrac{21}{10}$

$\therefore\ \triangle CMH = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{36}{5} \times \dfrac{21}{10} = \dfrac{189}{25}$

15. 삼각형 ABC 의 변 AB, BC 의 중점을 각각 D, E 이라 할 때, $\overline{\mathrm{AE}} \perp \overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 4$, $\overline{\mathrm{BC}} = 6$ 이다. 이때 변 AC 의 길이를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = x$ 라 하면 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{DE}} = \frac{1}{2}x$

□DECA 에서 $\overline{\mathrm{AE}} \perp \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}^2} + \overline{\mathrm{EC}^2} = \overline{\mathrm{DE}^2} + \overline{\mathrm{AC}^2}$

$4^2 + 3^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + x^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{5}$