1. 식 $2(x+2)^2 = x^2 - x$ 을 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, b 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$2(x+2)^2 = x^2 - x$
$2(x^2 + 4x + 4) = x^2 - x$
$2x^2 + 8x + 8 - x^2 + x = 0$
$x^2 + 9x + 8 = 0$
$\therefore b = 9$

2. 다음 이차방정식 중에서 $x=1$을 해로 갖지 않는 것은?

① $x^2=1$
② $(x-1)(x+2)=0$
③ $x^2-x-2=0$
④ $x^2-2x+1=0$
⑤ $3x^2-x-2=0$

해설

$x=1$을 각 이차방정식에 대입해 보면
③ $1-1-2\neq 0$으로 성립하지 않는다.

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2,\ x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$(x-2)(x+4) = 0$
$x^2 + 2x - 8 = 0$
$\therefore\ a = 2,\ b = -8$
$\therefore\ a + b = -6$

4. 다음 중 $(x-1)(x+2)=0$과 같은 것은?

① $x+1=0$ 또는 $x-2=0$ ② $x-1=0$ 또는 $x+2=0$

③ $x+1=0$ 또는 $x+2=0$ ④ $x-1=0$ 또는 $x-2=0$

⑤ $x-1=0$ 또는 $x+1=0$

해설

$(x-1)=0$ 또는 $(x+2)=0$

5. $-1 \le x \le 2$인 x에 대하여 이차방정식 $2x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 해를 구하면?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$(\text{준식}) = (2x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$

6. $(x-2)^2=3$ 의 해가 $x=m\pm\sqrt{n}$ 일 때, $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$(x-2)^2=3,\ x-2=\pm\sqrt{3}$
$x=2\pm\sqrt{3}$ 이므로 $m=2,\ n=3$
$\therefore m-n=2-3=-1$

7. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

해설

(완전제곱식)$= 0$ 일 때, 중근을 가지므로 $a = 0$

8. 방정식 $3x^2+2x=x^2-x+4$ 를 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a>0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x^2+2x=x^2-x+4 \Leftrightarrow 2x^2+3x-4=0$

$\therefore a=2, b=3, c=-4$

$\therefore\ a+b+c=1$

9. 이차방정식 $2x^2-4x-3=0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2-4a$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 대입하면 $2a^2-4a-3=0$

$\therefore\ 2a^2-4a=3$

10. 이차방정식 $2(x-2)(x+3)=(x+5)^2-4$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -8 ② -5 ③ 0 ④ 3 ⑤ 8

해설

$2(x-2)(x+3)=(x+5)^2-4$
$2(x^2+x-6)=x^2+10x+25-4$
$x^2-8x-33=0, (x-11)(x+3)=0$
$x=11$ 또는 $x=-3$
$\therefore$ (구하는 값) $=11+(-3)=8$

11. 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$ 의 해가 $x=-2$ 또는 $x=4$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$2x^2+ax+b=0$ 의 해가
$x=-2$ 또는 $x=4$ 이므로
$2(x+2)(x-4)=0$
$2(x^2-2x-8)=0$
$2x^2-4x-16=0$
$\therefore\ a=-4,\ b=-16$
$\frac{b}{a}=\frac{-16}{-4}=4$

12. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$3^2 - 4 \times 3 + a = 0$ $\therefore\ a = 3$
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$(x-3)(x-1) = 0$
따라서 다른 한 근은 1 이다.
$\therefore\ 3 - 1 = 2$

13. 이차방정식 $ax^2+x+2a=0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2+x+2a=0$ 에 $x=2$ 대입

$4a+2+2a=0,\ a=-\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3}x^2+x-\frac{2}{3}=0$

각 항에 -3 을 곱하면

$x^2-3x+2=0$

$(x-2)(x-1)=0$

$x=2$ 또는 $x=1$ (다른 한 근)

$b=1,\ ab=-\frac{1}{3}\times 1=-\frac{1}{3}$

14. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 $x = -1$ 을 대입하면
$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore \ a = 0$
$a = 0$을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 대입하면
$2x^2 - 2 = 0, \ 2x^2 = 2 \quad \therefore \ x \pm 1$
따라서 다른 한 근은 1이다.

15. 이차방정식 $6x^2+11x-35=0$ 의 두 근 중에서 큰 근이 $x^2+3x+9a=0$ 의 근이라 할 때, a 의 값은?

① $-\frac{70}{9}$ ② $-\frac{70}{3}$ ③ $-\frac{70}{81}$ ④ 70 ⑤ $\frac{70}{3}$

해설

$6x^2+11x-35=0$을 인수분해하면 $(2x+7)(3x-5)=0$ 이므로

$x=-\frac{7}{2}, \frac{5}{3}$ 이고 이 중에서 큰 근 x는 $\frac{5}{3}$ 이다.

$x=\frac{5}{3}$ 가 $x^2+3x+9a=0$ 의 근이므로 대입하면

$\frac{25}{9}+3\times\frac{5}{3}+9a=0$, $9a=-\frac{70}{9}$

$\therefore a=-\frac{70}{81}$

16. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 2 와 -1 일 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$3(x-2)(x+1) = 0$
$3(x^2 - x - 2) = 0$
$3x^2 - 3x - 6 = 0$
$\therefore b = -3,\ c = -6$
$\therefore bc = 18$

17. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$x^2-8x+15=0$, $2x^2-9x+9=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

해설

$x^2-8x+15=0$
$(x-5)(x-3)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=3$
$2x^2-9x+9=0$
$(2x-3)(x-3)=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 공통인 해는 $x=3$ 이다.

18. 두 이차방정식 $x^2+2x-15=0$ 과 $x^2-9=0$ 의 공통인 근은?

① 1　② -3　③ 3　④ 5　⑤ 9

해설

$x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$

$x=-5$ 또는 $x=3$

$x^2-9=0$

$x^2=9$

$x=3$ 또는 -3

$\therefore$ 공통인 근 $x=3$

19. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$, $x^2 - 5x - b = 0$의 공통인 근이 2일 때, $a - b$의 값은?

① 4 ② -6 ③ -8 ④ 8 ⑤ -4

해설

2 는 두 이차방정식의 공통인 근이므로 각각의 이차방정식에 $x = 2$를 대입하면

$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$

$\therefore a = 2$

$2^2 - 5 \times 2 - b = 0$

$\therefore b = -6$ $\therefore a - b = 2 - (-6) = 8$

20. $x^2+6x+9=0$ 을 풀면?

① $x=-2$ (중근) ② $x=-3$ (중근) ③ $x=5$ (중근)

④ $x=1$ (중근) ⑤ $x=3$ (중근)

해설

$(x+3)^2=0$

$\therefore x=-3$(중근)

21. $6x^2 - 12x + 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근) ② $x = -3$ (중근) ③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근) ⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$6(x^2 - 2x + 1) = 0$, $6(x-1)^2 = 0$

$\therefore x = 1$ (중근)

22. 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 가지기 위한 a 의 값을 모두 고르면?

① 1　② -2　③ 2　④ -1　⑤ 3

해설

(완전제곱식)$= 0$ 의 꼴이어야 하므로

$a = \pm\left(2 \times 1 \times \frac{1}{2}\right)$

$a = \pm 1$

23. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② −2 ③ 1 ④ −1 ⑤ 4

해설

중근 −2를 가지므로
$(x+2)^2 = 0$에서
$x^2 + 4x + 4 = 0$
양변에 2 를 곱하면
$2x^2 + 8x + 8 = 0$
$\therefore\ a = -8\ ,\ b = 6$
$\therefore\ a + b = -2$

24. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 12x + 40 = k$ 가 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 4$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 12x + 40 - k = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $40 - k = 36$ 이다.
$\therefore k = 4$

25. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 중근은?

① $p = 0,\ x = 3$ ② $p = 3,\ x = 3$ ③ $p = 0,\ x = -3$

④ $p = 3,\ x = 0$ ⑤ $p = -3,\ x = 3$

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식)= 0 이므로

$3(x-3)^2 = p$, $(x-3)^2 = \frac{p}{3}$ 이므로 $p = 0$ 이다.

또한 중근은 $x = 3$ 이다.

26. 이차방정식 $x^2+8x+24-m=0$ 이 중근을 갖도록 하는 m의 값은?

① -8　② -6　③ 0　④ 6　⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2+8x+24-m=0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $24-m=16$

$\therefore m=8$

27. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은? (단, $m > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left\{-2(m+1) \times \frac{1}{2}\right\}^2 = 4$$

$(m+1)^2 = 4$

$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) = 0$

$\therefore m > 0$ 이므로 $m = 1$

28. 다음 이차방정식의 근을 모두 고르면?

$(x-3)^2 = 25$

① 8 ② -8 ③ 2 ④ -2 ⑤ 5

해설

$x-3 = \pm\sqrt{25}, x = 3 \pm 5$
$\therefore x = 8$ 또는 $x = -2$

29. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

① $a \le 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \ge 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
$b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \ge 0$ 이다.

30. 이차방정식 $(x-5)^2-6=0$ 을 풀면?

① $x=5$ 또는 $x=-1$
② $x=5\pm\sqrt{6}$
③ $x=-5\pm\sqrt{6}$
④ $x=5\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $x=0$ 또는 $x=1$

해설

$(x-5)^2=6$
$x-5=\pm\sqrt{6}$
$\therefore\ x=5\pm\sqrt{6}$

31. 이차방정식 $(x-2)^2=5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$(x-2)^2=5$

$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

두 근의 곱을 구하면

$(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=4-5=-1$

32. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=8$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$(2x+6)(x-1)=8$
$2x^2+4x-6-8=0$
$2x^2+4x-14=0$
양변을 2 로 나누면
$x^2+2x-7=0$
$x^2+2x+1=7+1$
$(x+1)^2=8$
$a=-1, b=8$
$\therefore ab=-8$

33. 이차방정식 $(x-1)(x-3)-2=0$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ -2 ④ 3 ⑤ 5

해설

식을 전개하여 정리하면 $x^2-4x+1=0$
상수항을 이항하면 $x^2-4x=-1$
양변에 4 를 더하면 $x^2-4x+4=-1+4$
$(x-2)^2=3$
따라서 $a=2, b=3$ 이고 $b-a=1$ 이다.

34. $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 해를 구하면 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 이다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$3x^2 - 6x + 1 = 0$

$3(x^2 - 2x) = -1$

$3(x-1)^2 = 2$

$(x-1)^2 = \dfrac{2}{3}$

$x - 1 = \pm\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

$\therefore\ x = \dfrac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$

$A = 3,\ B = 6$

$\therefore\ A + B = 9$

35. 이차방정식 $2x^2-4x-3=0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면?

① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $1 \pm \sqrt{10}$ ③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$
④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$2x^2 - 4x - 3 = 0$
$2x^2 - 4x = 3$
$2(x^2 - 2x) = 3$
$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$
$(x-1)^2 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$
$x - 1 = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$
$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

36. 다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $(x-3)^2=0$　② $x^2-4=0$

③ $x^2+6x+9=0$　④ $(2x-1)^2=16$

⑤ $(x+6)(x-6)=9$

해설

① $x=3$

② $x=\pm 2$

③ $x=-3$

④ $x=\frac{5}{2},-\frac{3}{2}$

⑤ $x=\pm 3\sqrt{5}$

37. A의 모임은 24로 나눌 때 나머지가 2인 자연수이고, B의 모임은 15로 나눌 때 나머지가 2인 자연수일 때, A와 B의 공통부분에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 124

해설

A와 B의 공통된 부분에서 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15의 최소공배수는 120이므로 구하는 수는 122이다.

38. 다음 중 x에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x^2+1=(2x-1)(x+3)$

② $(x-1)(x+1)=(x+1)^2$

③ $-3(x^2+x)=2x-3x^2+1$

④ $x^2+1=(x-1)(2-x)$

⑤ $x(x^2-5)=(x+1)(x+2)$

해설

① 정리하면 $5x-4=0$: 일차방정식

② 정리하면 $x+1=0$: 일차방정식

③ 정리하면 $5x+1=0$: 일차방정식

④ 정리하면 $2x^2-3x+3=0$: 이차방정식

⑤ 정리하면 $x^3-x^2-8x-2=0$: 삼차방정식

39. 다음 중 이차방정식의 해가 아닌 것을 고르면?

① $x^2+x-6=0 \Rightarrow -3,\ 2$

② $x^2+4x+3=0 \Rightarrow -1,\ -3$

③ $x^2-8x+16=0 \Rightarrow 4$

④ $x^2+7x+6=0 \Rightarrow 1,\ 2$

⑤ $(x+1)^2-4=0 \Rightarrow 1,\ -3$

해설

④ $x^2+7x+6=0$ 에서

$x=1$ 일 때, $1^2+7\cdot 1+6\neq 0$

$x=2$ 일 때, $2^2+7\cdot 2+6\neq 0$

40. x 의 값의 범위가 $\{x \mid 0 \le x \le 4\}$ 이고 , x 는 정수일 때, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 a, b 라 하고, $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 해를 m, n 이라 할 때, $ab - (m+n)$ 을 구하면?

① 3 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

x 에 0, 1, 2, 3, 4 를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.
$x^2 - 5x + 6 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 2, 3 이므로 $ab = 6$ 이다. $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 1, 2 이므로 $m + n = 3$ 이다.
따라서 $ab - (m+n) = 6 - 3 = 3$ 이다.

41. 직선 $ax - y = -6$ 가 점 $(a+1,\ 2a^2)$ 을 지나고 제 3사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$ax - y = -6$ 에 점 $(a+1, 2a^2)$ 을 대입

$a(a+1) - 2a^2 = -6$

$a^2 + a - 2a^2 + 6 = 0,\ a^2 - a - 6 = 0$

$(a-3)(a+2) = 0$

$a = 3$ 또는 $a = -2$

$ax - 2y = -6$ 가 제 3사분면을 지나지 않으려면 $a < 0$ 이므로

$a = -2$

42. a 는 이차방정식 $3x^2-6x-7=0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2+7x-21=0$ 의 한 근일 때, $a^2+3b^2-2a+21b$ 의 값은?

① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2-6a-7=0$, $a^2-2a=\frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2+7b-21=0$, $3b^2+21b=63$

$\therefore a^2+3b^2-2a+21b=\frac{7}{3}+63=\frac{196}{3}$

43. $x=\alpha$ 가 이차방정식 $x^2+3x-2=0$ 의 한 근일 때, $\alpha-\dfrac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2+3x-2=0$ 에 $x=\alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2+3\alpha-2=0$

양변을 α 로 나누어 주면 $\alpha+3-\dfrac{2}{\alpha}=0$

$\therefore\ \alpha-\dfrac{2}{\alpha}=-3$

44. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$

$3a - 3 = 0$

$\therefore a = 1$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$\therefore\ x = 3,\ x = -2$

45. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 해가 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ 일 때, $bx^2+ax+1=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=3$

▷ 정답: $x=5$

해설

$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)=0$,

$x^2-\frac{8}{15}x+\frac{1}{15}=0 \Rightarrow x^2+ax+b=0$

$a=-\frac{8}{15}$, $b=\frac{1}{15}$

$bx^2+ax+1=0 \Rightarrow \frac{1}{15}x^2-\frac{8}{15}x+1=0$

의 양변에 15 를 곱하면

$x^2-8x+15=0$, $(x-5)(x-3)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=3$