

1. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -1 ② 11 ③ 5 ④ -8 ⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2 + 6x - 10 = 0$
근의 공식(깍수 공식)을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+90}}{9} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{11}}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{3}, A = -1, B = 11$$

$$\therefore A + B = -1 + 11 = 10$$

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b^2 - ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ② $b^2 - ac = 0$ 이면 근이 없다.
- ③ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.
- ④ $b = 0$ 이면 중근을 가진다.
- ⑤ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고 $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 가지고, $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다.

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 12

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
이므로 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$
에 대입하면 $k = 4$ 이다.

4. 어떤 수 a 와 a 보다 3작은 자연수가 있다. 두 수의 곱이 108일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 자연수를 a , $a - 3$ 이라 하면

$$a(a - 3) = 108$$

$$a^2 - 3a - 108 = 0$$

$$(a + 9)(a - 12) = 0$$

$$\therefore a = 12 (\because a > 0)$$

따라서 두 자연수는 12, 9이므로 두 자연수의 합은 $12 + 9 = 21$ 이다.

5. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

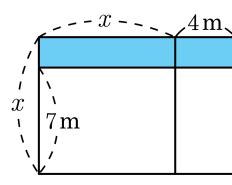
$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

6. 정사각형 모양의 화단의 가로를 4m 늘리고, 세로를 7m 줄였더니, 넓이는 26m^2 가 되었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 7 m ② 8 m ③ 9 m
④ 10 m ⑤ 11 m



해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-7) &= 26 \\ x^2 - 3x - 54 &= 0 \\ (x+6)(x-9) &= 0 \\ \therefore x &= 9 (\because x > 0)\end{aligned}$$

7. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

8. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3. \times \times \times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0. \times \times \times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

9. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 합을 구하면?

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + (a+b) = 14 \\ 2(a-b)^2 - 9(a-b) = 18 \end{cases}$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$a + b = A, a - b = B$ 라고 하면
 $3A^2 + A = 14$
 $3A^2 + A - 14 = 0$
 $(A - 2)(3A + 7) = 0$
 a, b 는 정수이므로 $a + b = 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $2B^2 - 9B = 18$
 $2B^2 - 9B - 18 = 0$
 $(2B + 3)(B - 6) = 0$
 a, b 는 정수이므로 $a - b = 6 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $2a = 8$ 이다.
따라서 $a = 4, b = -2$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + (-2) = 2$

10. 한 근이 $3 + \sqrt{6}$ 인 이차방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 이 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^2 - 2x + b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{6}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{6}$ 도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

11. 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 의 두 근의 차가 이차방정식 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

준식: $(x-1)(x-3)=0$ 이므로 $x=1$ 또는 $x=3$
따라서 두 근의 차는 $3-1=2$ 이다.
 $x=2$ 가 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근이므로 대입하면
 $2(2)^2-5(2)+k=0$
 $\therefore k=2$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2 + x - 3 = 0$

② $5x^2 - x - 3 = 0$

③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$

④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$$

13. 나이 차이가 4 살인 두 학생이 있다. 두 사람의 나이의 제곱의 합이 250 일 때, 나이가 적은 학생의 나이는?

① 8살 ② 9살 ③ 10살 ④ 11살 ⑤ 12살

해설

두 사람의 나이를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x^2 + (x + 4)^2 = 250$$

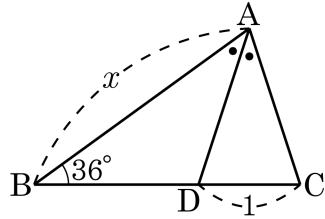
$$2x^2 + 8x - 234 = 0$$

$$x^2 + 4x - 117 = 0$$

$$(x - 9)(x + 13) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 9 \text{ (살)}$$

14. $\angle A = \angle C$ 이고 $\angle B = 36^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 한다. $\overline{DC} = 1$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



- ① $\frac{-1+2\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{6+\sqrt{5}}{4}$

해설

$$\angle A = \angle C = 72^\circ$$

$$\triangle ABD \text{ 는 이등변삼각형이므로 } \overline{BD} = x - 1 = \overline{DA}$$

$$\triangle ADC \text{ 도 이등변삼각형 } \overline{DA} = x - 1 = \overline{AC}$$

그리고 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{DC}$$

$$x : (x - 1) = (x - 1) : 1, (x - 1)^2 = x, x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ 에서 } x > 1 \text{ 이므로 } x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

15. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

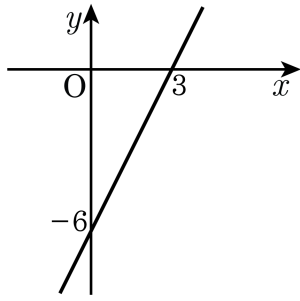
$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

16. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, $\alpha = \beta$ 인 경우 포함)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$$

그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로

$$D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$$

$$a^2 \geq 3 \text{ 이므로 } 8a^2 - 18 \geq 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6 이다.

18. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 56$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n+7)(n-8) = 0$$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수) 이다.